
Conception de mécanisme décentralisé pour les systèmes P2P d'échange de fichiers

Maxime Morge* — **Philippe Mathieu****

**École de Gestion - Université d'Ottawa
136 Jean-Jacques Lussier St.
Ottawa, Ontario K1N 6N5
morge@management.uottawa.ca*

***Équipe SMAC
Laboratoire d'Informatique Fondamentale de Lille
Bat M3 - F-59655 VILLENEUVE D'ASCQ Cedex FRANCE
mathieu@lifl.fr*

RÉSUMÉ. Depuis l'apparition de nouveaux protocoles comme Gnutella, l'Internet constitue une plateforme pour des systèmes pair-à-pair (P2P) d'échange de fichiers. Domaine d'application privilégié pour les SMAs, ces systèmes font émerger des nouvelles problématiques en termes d'allocation de ressources. Dans cet article, notre objectif consiste à proposer un mécanisme de rétribution incitant les agents à ne pas se contenter de consommer mais à produire. Nous proposons ici un mécanisme qui est, contrairement au mécanisme classique de Vickrey-Clarke-Groves, décentralisé et adapté aux échanges P2P. Ce mécanisme garantit que, pour la stratégie d'offre ascendante que nous avons identifiée, le résultat du jeu est un équilibre de Nash qui consiste en un partage de la provision d'une ressource qui est optimale et calculable.

ABSTRACT. Since new protocols such as Gnutella appear, the Internet is a platform for system of peer-to-peer (P2P) file-sharing. This domain, which could be addressed by Multiagent Systems, proposes new challenges concerning the allocation of resources. We propose here a computational mechanism to motivate agents to distribute resources. Contrary to the classical Vickrey-Clarke-Groves mechanism, our decentralized mechanism is adapted to system of P2P file-sharing. According to our increasing-bid strategy, the outcome is a Nash equilibria where the provision of resources is distributed in a computational and optimal way.

MOTS-CLÉS : Théorie des jeux computationnelle, Système Multi-Agents, P2P

KEYWORDS: Game theory, Computational Economics, Multi-Agent Systems, P2P

1. Introduction

Même si les approches adoptées sont très différentes, les systèmes multi-agents (SMAs) ont été considérablement étudiés que cela soit en Informatique ou en Économie [NEU 44, HAR 68, GRO 75]. En Informatique, les agents logiciels sont considérés comme obéissants, *i.e.* ils exécutent sans autonomie un algorithme. À l'inverse, la théorie des jeux considère que les agents répondent à l'incitation, *i.e.* ils sont autonomes et agissent selon leur propre intérêt. L'émergence de nouveaux usages sur l'Internet nécessitent que le point de vue économique et le point de vue informatique soient désormais considérés conjointement.

Depuis l'apparition de nouveaux protocoles applicatifs comme Gnutella, l'Internet constitue une plateforme pour des systèmes pair-à-pair (P2P) d'échange de fichiers. Domaine d'application privilégié pour les SMAs, ces systèmes font émerger des nouvelles problématiques en termes de coopération telles que le problème du cavalier seul [FIN 05, ADA 00]. Notre objectif consiste à proposer un mécanisme de rétribution incitant les agents à ne pas se contenter de consommer mais à produire. Nous proposons ici un mécanisme qui est, contrairement au mécanisme de Vickrey-Clarke-Groves, décentralisé et adapté aux échanges P2P. Ce mécanisme garantit que pour notre stratégie d'offres ascendantes, le résultat du jeu sera un équilibre de Nash qui consiste en un partage de la provision d'une ressource qui est optimale et calculable.

Dans un premier temps nous présenterons le contexte applicatif et plus particulièrement le protocole Gnutella (cf section 2). Ayant évalué quelles sont les contraintes qu'impose ce type d'application sur le modèle théorique d'allocation de ressources (cf section 3), nous formalisons ce problème dans la section 4. Dans cet article, nous proposons et évaluons trois mécanismes (cf sections 5, 6 et 7). Dans la section 8, nous généralisons le dernier de ces mécanismes à la distribution d'un lot de ressources. La section 9 clôture cet article en présentant quelques travaux connexes.

2. Système P2P d'échange de fichiers

Depuis l'apparition de nouveaux protocoles applicatifs tels que Gnutella [Gnu06], l'Internet constitue une plateforme pour des systèmes P2P d'échange de fichiers. Contrairement à Napster [Nap06] dont il s'inspire, Gnutella est totalement distribué. Au lieu de considérer chaque application comme un client ou un serveur, chacun des logiciels, que l'on désigne **pair**, se comporte soit comme un consommateur soit comme un fournisseur. Puisque les ressources échangées sont soit des fichiers (musicaux, vidéos, ...) soit des tables de routage, Gnutella fournit les fonctionnalités pour l'établissement d'un réseau ad-hoc qui ne nécessite pas de contrôle centralisé.

Ce type de système est représentable à l'aide de plusieurs entités de contrôle. Ces entités ont accès à différentes sources d'information, *i.e.* leurs accointances. Puisque les utilisateurs ont des préférences différentes vis à vis des ressources qu'ils souhaitent mettre à disposition ou auxquelles ils souhaitent accéder, ces pairs ont des buts différents. Lorsqu'un pair souhaite rejoindre le réseau, il doit connaître au préalable un

autre pair. C'est la raison pour laquelle, les logiciels pairs sont munis de listes de pairs ¹. Puisque les pairs peuvent entrer et sortir du système en cours d'exécution, de tels systèmes sont dits **ouverts**. Par conséquent, les relations organisationnelles entre ces entités sont dynamiques. De tels systèmes, sont de notre point de vue un domaine d'application privilégié pour les systèmes multi-agents. C'est un nouvel outil pour faciliter le travail au sein d'un groupe d'acteurs au même titre que les places d'enchères virtuelles [AKN 05] ou les collecticiels [MOR 03] qui ont déjà été envisagés par la communauté SMA.

Au travers du protocole Gnutella, les pairs interagissent via la diffusion ou la re-diffusion de messages parmi lesquels on compte :

- des messages Ping, afin de s'assurer de la présence d'un pair ;
- des messages Pong, afin de répondre au message précédent ;
- des messages d'interrogation/réponse (Query/Answer) qui sont propagés dans le réseau au travers duquel un pair recherche un fichier ;
- des messages de téléchargement (Get) au travers desquels les pairs demandent un fichier qui a été localisé lors d'une précédente recherche.

Afin d'éviter que les messages bouclent indéfiniment dans le réseau, ceux-ci sont munis d'une durée de vie (*TTL*, i.e. *Time-To-Live*) qui est décrétementée à chaque réception jusqu'à ce qu'elle soit nulle. D'après ce protocole, les agents sont libres de répondre ou non aux sollicitations de leurs pairs.

Bien que certaines des caractéristiques de l'architecture P2P soient attrayantes (décentralisation, anonymat), celle-ci fait émerger, comme le Dilemme Itéré des Prisonniers (DIP), de nouvelles problématiques en terme de coopération. Le DIP est un modèle formel de coopération au travers duquel deux agents égoïstes s'affrontent [MAT 99]. Chacun d'eux a le choix entre deux stratégies : soit coopérer, soit trahir. Le gain de chacun des joueurs dépend de la situation de jeu. Dans ce jeu, la coopération est exploitable par des traîtres. Toutefois, le gain moyen sur plusieurs itérations est plus faible dans ce genre de situation que dans une population constituée uniquement d'agents qui coopèrent. Ce type de dilemme social existe également dans notre contexte applicatif.

Selon l'architecture P2P, la quantité et la qualité des ressources partagées ne peuvent être supervisées par une entité centrale. Puisque les agents rationnels ont des capacités limitées (CPU, stockage, bande passante), leur intérêt individuel consiste à consommer sans produire. Toutefois, si tous les agents font cavalier seul [ADA 00, FIN 05], les performances globales du système se dégradent considérablement ce qui a des conséquences pour tous. Ce problème, appelé tragédie des biens communs, est le résultat des tensions qu'il existe entre l'intérêt individuel et l'intérêt général [HAR 68].

1. Pour des raisons juridiques, ces derniers ne fournissent ni ne consomment aucun fichier, mais transmettent uniquement les coordonnées d'autres pairs. Dans cet article, nous supposons que, conformément à l'esprit des lois françaises à l'exception de la DAVDSI, la conception et l'usage de systèmes d'échanges de fichiers libres de droits sont légales.

	divisible	indivisible
non-duplicable	E-Commerce	E-Business
duplicable	système P2P d'échange	plateforme musicale

Tableau 1. *Types de ressources*

De plus, faire cavalier seul est un comportement qui rend le réseau vulnérable. Si un petit nombre d'agents contribuent au bien commun, ceux-ci agissent en qualité de serveurs centraux et sont vulnérables (déni de service, perte de confidentialité et poursuite juridique).

Notre objectif consiste donc à proposer un mécanisme incitant les agents, confrontés à un tel dilemme social, à produire et ne pas seulement consommer. À cette intention, nous devons tout d'abord évaluer quelles sont les contraintes qu'impose notre contexte applicatif sur le modèle théorique d'allocation de ressources.

3. Allocation de ressources

L'allocation de ressources est un processus qui consiste à distribuer un certain nombre d'unités parmi des agents. Nous pouvons distinguer différents types de ressources. Une ressource peut être un objet physique ou un bien immatériel comme une information digitalisée. Alors que cette caractéristique est intrinsèque à la ressource, d'autres caractéristiques ont attiré au système d'allocation : le fait qu'une ressource soit ou non divisible, par exemple. Ces propriétés ont une influence sur la manière dont la ressource est négociée.

La table 1 propose différents domaines d'application selon le type de ressources envisagé. Alors que les objets physiques négociés dans le E-commerce (appareil photographique, ordinateurs, ...) ou ceux comme l'énergie envisagés dans le E-Business ne sont pas duplicables, les biens numériques peuvent être alloués à différents agents en même temps². Contrairement aux systèmes P2P d'échange de fichiers, seuls les fichiers dans leur intégralité ont une valeur dans les plateformes de téléchargement de fichiers musicaux. Alors que dans ces dernières les ressources sont discrètes et indivisibles, les ressources sont continues et divisibles dans les systèmes d'échanges de fichiers. Puisque nous souhaitons fournir une procédure efficace de partage de fichiers, nous considérons l'allocation de ressources continues, divisibles et duplicables.

Soit \mathcal{A} un ensemble de n agents. Chacun d'eux peut consommer une ressource en la téléchargeant ou la produire en la partageant. Puisque les ressources sont continues et divisibles, on peut noter $q \in \mathbb{R}_+^*$ la quantité de ressources distribuées. Chaque consommateur ag_i exprime quantitativement ses préférences au travers d'une **fonction de valuation** (noté $v_i(q)$). De manière alternative, ses préférences peuvent être

2. Nous supposons ici que les fichiers ne sont pas munis de mesures techniques de protection, appelées également DRM (*Digital Right Management*).

exprimées qualitativement à l'aide d'une relation binaire entre différentes quantités potentielles. Toutefois, l'expression qualitative de préférences n'est pas adapté à notre contexte applicatif. Elle ne permet ni la comparaison interpersonnelle des préférences ni l'expression de différentes intensités. À l'inverse, on peut définir pour toute fonction de valuation une relation binaire réflexive, transitive et complète, *i.e.* un ordre total. De même, la tâche qui consiste à partager une ressource est associée à fonction de valuation négative, appelée **fonction de coût** (noté $c(q)$). D'après [GRO 75], la fonction de valuation est croissante et concave et la fonction de coût est strictement décroissante et convexe. La fonction inverse $d \equiv c^{-1}$ est définie telle que : $\forall q \in \mathbb{R}_+^*$ $d(c(q)) = q$. Celle-ci est décroissante, concave et dérivable ($\frac{\delta d(q)}{\delta q} = \frac{1}{\frac{\delta c(q)}{\delta q}}$).

La procédure d'allocation qui consiste à partager une ressource se déroule selon les deux étapes suivantes. Dans un premier temps, chaque consommateur ag_i fait une offre $b_i \in \mathbb{R}_+^*$. Dans un second temps, le producteur distribue la quantité q_i à chaque consommateur ag_i et en demande le paiement (noté p_i). Celui-ci est toujours inférieur au montant de l'offre. La procédure doit fournir une allocation optimale vis à vis d'une métrique qui dépend des préférences individuelles de chacun des agents.

John Rawls [RAW 71] désigne par voile d'ignorance, le principe selon lequel une procédure sociale peut être évaluée par un agent *a priori* indépendamment de la position qu'il y occupera. À cette intention, différentes notions de bien-être social ont été envisagées par la théorie du choix social. Par exemple, l'optimum de Pareto garantit qu'il n'existe pas d'autres résultats qui permettent d'accroître le bien-être individuel d'un ou plusieurs agents sans faire diminuer celui d'au moins un autre agent. Ce critère ordinal n'est pas adapté à notre domaine d'application. Le **bien-être social utilitariste**, qui mesure la somme des gains individuelles, évalue la qualité d'une allocation du point de vue du système global. Le **bien-être social égalitariste**, qui est défini par le gain de l'agent le plus pauvre, mesure l'équité de l'allocation. Bien évidemment, ces deux critères sont pertinents dans notre contexte applicatif. On peut noter que le **produit de Nash**, qui est le produit des gains individuels, constitue un bon compromis. Toutefois, ce dernier nécessite que les gains soient tous positifs ce qui ne peut pas être garanti ici. Une allocation ne succite aucune jalousie (en anglais, *envy-free*), si chaque agent est au moins aussi satisfait avec son lot de ressources qu'avec le lot de n'importe quel autre agent. Puisqu'une ressource peut-être attribuée simultanément à plusieurs agents, cette notion est ici dénuée de sens. Pour toutes ces raisons, nous ne considérons dans la suite de cet article que le bien-être social utilitariste.

Ayant évalué quelles sont les contraintes qu'impose notre contexte applicatif sur le modèle théorique d'allocation de ressources, nous formalisons ce problème dans la section suivante.

4. Conception de mécanisme

La description d'un problème de conception de mécanisme comprend la spécification des résultats de jeu, le type des agents impliqués et l'objectif de chacun de ces agents.

Définition 1 (Problème de conception de mécanisme) Soit \mathcal{A} un ensemble de n agents. On appelle **problème de conception de mécanisme** un triplet $\langle \vec{\theta}, \vec{s}, \vec{\pi} \rangle$ où :

– $\vec{\theta} = (\theta_1, \dots, \theta_n)$ appelé vecteur de **types**. $\theta_i \in \Theta_i$ correspond à l'état interne de l'agent ag_i ;

– pour chaque agent $ag_i \in \mathcal{A}$, un **ensemble d'offre** B_i , qui contient toutes les offres possibles de cet agent. $b_i \in B_i$ est une offre particulière de l'agent ag_i . Par conséquent, $B_i = \{b_i^1, b_i^2, \dots, b_i^{k_i}\}$ si k_i offres sont possibles pour l'agent ag_i . Si chaque agent ag_i choisit une offre b_i nous pouvons représenter le profil d'offres par le vecteur $\vec{b} = (b_1, b_2, \dots, b_n)$. \vec{b}_{-i} correspond au profil des offres de tous les agents à l'exception de l'agent ag_i : $\vec{b}_{-i} = (b_1, \dots, b_{i-1}, b_{i+1}, \dots, b_n)$. On a donc $\vec{b} \equiv (\vec{b}_{-i}, b_i)$;

– pour chaque agent ag_i , une **fonction d'utilité** $\pi_i(\vec{b}, \theta_i)$ donne la valeur pour l'agent ag_i de chaque résultat de jeu selon son type θ_i et à partir d'un paiement p_i ($\pi_i(\vec{b}, \theta_i) = p_i(\vec{b}) + v_i(o(\vec{b}), \theta_i)$). L'ensemble des utilités est représenté par un vecteur qui contient toutes ces fonctions $\vec{\pi} = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n)$.

Le type d'un agent est un paramètre intrinsèque et privé à l'agent. Le type d'un consommateur correspond à son désir d'obtenir une ressource. Le type d'un fournisseur est intuitivement une mesure quantitative de sa générosité.

L'objectif d'un mécanisme consiste à garantir qu'un résultat de jeu sera atteint lorsque les agents tentent de maximiser leur bien-être individuel.

Définition 2 (Mécanisme) Soit $\langle \vec{\theta}, \vec{s}, \vec{\pi} \rangle$ un problème de conception de mécanisme. On appelle **mécanisme** un couple $M = \langle o, g \rangle$ qui vérifie que :

– le mécanisme propose à chaque agent une famille d'offre B_i à partir de laquelle il en choisit une (notée $b_i \in B_i$) ;

– le mécanisme garantit que le résultat $o = o(\vec{b}) \in O$ est atteint ;

– le mécanisme fournit un ensemble de fonctions de paiement $g = \langle p_1, \dots, p_n \rangle$ avec $\forall ag_i \in \mathcal{A} p_i = p_i(\vec{b})$;

Nous faisons l'hypothèse selon laquelle l'ensemble des types Θ et l'ensemble des offres B sont prédéterminés et commun à l'ensemble des agents. La **fonction de choix social** (fcs : $\Theta^n \times B \rightarrow O$) associe à chaque vecteur de type et à chaque profil d'offre un résultat. Comme vu précédemment, différents critères peuvent être envisagés pour définir l'optimalité de la procédure. Nous souhaitons ici maximiser le bien-être social utilitariste :

$$\text{fcs}(\vec{\theta}, \vec{b}) = \max_{o \in O} \sum_{ag_i \in \mathcal{A}} \pi_i(\vec{b}, \theta_i)$$

En d'autres termes, une quantité q^* est **optimale** ssi le bien-être social utilitariste est maximal :

$$\forall q \in \mathbb{R}_+^* \quad \sum_{ag_i \in \mathcal{A}} (v_i(q^*) - c(q^*)) \geq \sum_{ag_i \in \mathcal{A}} (v_i(q) - c(q)) \quad (1)$$

Le mécanisme doit être stable, c'est-à-dire conçu de sorte à éviter les manipulations stratégiques d'éventuels agents malins. À cet intention, la notion d'équilibre en stratégies dominantes est la plus intuitive mais également la plus exigeante. Une stratégie dominante permet d'optimiser le gain d'un agent quelles que soient les stratégies des autres agents. Pour des raisons de confidentialité, les agents ne révèlent non pas leurs préférences mais simplement une offre. Dans cette configuration, il n'est pas raisonnable d'espérer pouvoir garantir un équilibre en stratégie dominante. Toutefois, on est en mesure d'exiger un équilibre de Nash.

Définition 3 Soit $\langle \vec{\theta}, \vec{b}, \vec{\pi} \rangle$ un problème et $M = \langle o, g \rangle$ un mécanisme. M est une **implémentation** ssi le profil d'offres $\vec{b} = (b_i, b_{-i})$ est un équilibre de Nash i.e. $\forall ag_i \in \mathcal{A} \forall b_i \in B_i \pi_i(b_i, b_{-i}) \geq \pi_i(b_i, \hat{b}_{-i})$.

Le mécanisme le plus connue est celui de Vickrey-Clarke-Groves (VCG).

5. Implémentation de Vickrey-Clarke-Groves

Nous adaptons ici le mécanisme de Vickrey-Clarke-Groves [GRO 75] à la distribution d'une ressource continue, divisible et duplicable.

Selon ce mécanisme, les consommateurs soumettent au producteur des fonctions qui déterminent pour une quantité de ressource l'offre correspondante. Étant donné l'ensemble de ces fonctions d'offre, le mécanisme $M_{VCG} = \langle o_{VCG}, g_{VCG} \rangle$ est constitué :

1) de la fonction production suivante :

$$o_{VCG}(\vec{b}) = \operatorname{argmax}_{q>0} \sum_{ag_i \in \mathcal{A}} b_i(q) - c(q)$$

2) des paiements calculés tels que $\forall ag_i \in \mathcal{A}$:

$$p_i(\vec{b}) = \left(\max_{q>0} \sum_{ag_j \neq ag_i} b_j(q) - c(q) \right) - \left(\sum_{ag_j \neq ag_i} b_j(o_{VCG}(\vec{b})) - c(o_{VCG}(\vec{b})) \right)$$

Puisque le contrôle de ce mécanisme est centralisé par le producteur qui calcul le résultat de jeu à partir des fonctions d'offre révélées, celui-ci est inapproprié à notre contexte applicatif. L'allocation de ressources pour les systèmes P2P d'échange de fichiers nécessite une implémentation décentralisée.

6. Implémentation décentralisée

Parmi les mécanismes qui se contentent d'un vecteur d'offres pour calculer le résultat de jeu et les paiements, nous considérons ici le mécanisme le plus simple possible $\check{M} = \langle \check{\delta}, \check{g} \rangle$. Si la somme des offres est notée B ($B = \sum_{ag_i \in \mathcal{A}} b_i$), celui-ci utilise :

- 1) la fonction production $\check{\delta}(b) = d(B)$;
- 2) les paiements calculés tels que $\forall ag_i \in \mathcal{A}, \check{p}_i(\vec{b}) = b_i$.

Malheureusement, ce mécanisme ne permet pas toujours d'aboutir à un résultat de jeu satisfaisant.

Théorème 1 (Mécanisme non optimal) *Considérons le mécanisme $\check{M} = \langle \check{\delta}, \check{g} \rangle$. S'il existe plus de deux consommateurs, ce mécanisme n'est pas une implémentation décentralisée. Il ne permet pas de distribuer une quantité d'une ressource qui, pour toute fonction de valuation et pour tout coût de production, soit optimalz dans une situation d'équilibre de Nash.*

Démonstration 1 (Mécanisme non optimal) *On peut facilement démontrer qu'une quantité q^* est efficace ssi :*

$$\sum_{ag_i \in \mathcal{A}} \frac{\delta v_i(q^*)}{\delta q} = \frac{\delta c(q^*)}{\delta q}$$

Si le vecteur d'offre \check{b} donne lieu à un équilibre de Nash alors on peut déduire l'équation du premier ordre suivante :

$$\forall ag_i \in \mathcal{A} \frac{\delta v_i(d(\check{b}))}{\delta q} \leq \frac{\delta c(d(\check{b}))}{\delta q}, \text{ avec } \check{b}_i > 0$$

On déduit des deux équations précédentes qu'il n'existe pas d'équilibre de Nash efficace lorsqu'on considère plus de deux consommateurs.

Afin d'aboutir à un résultat de jeu satisfaisant, nous devons considérer un autre mécanisme.

7. Implémentation décentralisée, optimale et stable

Nous considérons ici le mécanisme $\hat{M} = \langle \hat{\delta}, \hat{g} \rangle$ qui spécifie pour l'ensemble des offres :

- 1) la fonction production $\hat{\delta}(b) = d(B)$;
- 2) les paiements calculés tels que $\forall ag_i \in \mathcal{A}$:

$$p_i(b) = b_i - B_{-i} \log\left(1 + \frac{b_i}{B_{-i}}\right)$$

avec $B_{-i} = \sum_{ag_j \in \mathcal{A} - \{ag_i\}} b_j$. On vérifie bien que selon ce mécanisme, un consommateur ne paie jamais plus que le montant de son offre ($0 < p_i < b_i$). Contrairement au mécanisme précédent, \hat{M} permet d'aboutir à un résultat de jeu satisfaisant.

Théorème 2 (Implémentation optimale et équilibré) *Considérons le mécanisme $\hat{M} = \langle \hat{o}, \hat{g} \rangle$. Selon ce mécanisme, les quantités d'une ressource publique distribuée qui sont optimales sont des situations d'équilibre de Nash.*

Démonstration 2 (Implémentation optimale et équilibré) *On constate que les fonctions de valuation v_i , considérées comme des fonctions de leur propre offre b_i , sont concaves. Le vecteur d'offre \check{b} donne lieu à un équilibre de Nash $\check{q} = d(\check{b})$ ssi :*

$$\forall ag_i \in \mathcal{A} \quad \frac{\delta v_i(d(\check{b}))}{\delta q} \cdot \frac{\delta d(\check{b})}{\delta q} - 1 + \frac{\check{B}_{-i}}{\check{B} + \check{b}_i} = 0$$

On peut ré-écrire cette équation de la manière suivante :

$$\forall ag_i \in \mathcal{A} \quad \frac{\delta v_i(\check{q})}{\delta q} = \frac{\check{b}_i}{\check{B}} \cdot \frac{\delta c(\check{q})}{\delta q}$$

Ce qui équivaut à \check{q} est optimale.

Bien évidemment, ce mécanisme n'est pas équilibré en termes de budget. Toutefois, on peut borner la subvention ($B - \sum_{ag_i \in \mathcal{A}} p_i(\vec{b})$) comme une fraction du coût total :

$$B - \sum_{ag_i \in \mathcal{A}} p_i(\vec{b}) \leq B(n-1) \log \frac{n}{n-1}$$

Afin que les agents convergent vers un équilibre de Nash, les agents doivent suivre une stratégie d'offre ascendante :

Théorème 3 (Stratégie convergente) *Soit $|R|$ le nombre de tours de jeux. Considérons la stratégie d'offre ascendante suivante :*

$$\begin{aligned} \frac{\delta b_i}{\delta |R|} &= \frac{\delta}{\delta t} \pi_i(b_i, B_{-i}) \\ &= \frac{\delta}{\delta |R|} v_i(d(B)) \cdot \frac{\delta}{\delta |R|} d(B) - \frac{b_i}{B} \end{aligned}$$

le profil d'offres \vec{b} converge vers un équilibre de Nash qui est également une distribution optimale.

Démonstration 3 (Stratégie convergente) *Considérons q^* la quantité optimale d'une ressource publique distribuée. La somme des offres correspondantes est définie telle que :*

$$B^* = \operatorname{argmax}_B \sum_{ag_i \in \mathcal{A}} v_i(d(B)) - B$$

Étant donné la stratégie d'offre ascendante proposée, on obtient l'équation suivante :

$$\frac{\delta B}{\delta |R|} = \sum_{ag_i \in \mathcal{A}} \frac{\delta}{\delta |R|} v_i(d(B)) \cdot \frac{\delta}{\delta |R|} d(B) - 1$$

La dérivée de la somme des offres est le résultat des dérivées individuelles pour chacun des agents qui converge vers un résultat optimal.

Pour surenchérir, les agents doivent connaître la **provision**, c'est-à-dire la quantité totale de la ressource demandée et la somme des gains offerts par les consommateurs sans en connaître le détail, c'est-à-dire les offres émises par chacun des consommateurs ni même le nombre de consommateurs.

La complexité computationnelle liée à ce mécanisme est linéaire selon le nombre de consommateurs. De même, la complexité communicationnelle, c'est-à-dire le nombre de messages échangés est linéaire selon le nombre de consommateur. De plus, le langage de communication n'est pas nécessairement très expressif.

Nous avons proposé ici une implémentation décentralisée pour la distribution d'une ressource publique pour laquelle on garantit que, pour la stratégie d'offre ascendante que nous avons identifiée, les agents convergent vers un résultat du jeu qui est un équilibre de Nash, optimal et calculable.

8. Lot de ressources

Dans cette section, nous étendons le mécanisme précédent à la distribution d'un lot de ressources.

Considérons la production de m ressources. Le vecteur des quantités distribuées est alors noté $\vec{q} = (q_1, \dots, q_m)$. Ces quantités sont toutes strictement positives ($q_l \in \mathbb{R}_+^*$, $1 \leq l \leq m$). Comme nous l'avons fait précédemment, il est raisonnable d'effectuer les hypothèses suivantes concernant les fonctions de valuation et de coût. Chaque consommateur est muni d'une fonction d'utilité qui est conjointement continue, dérivable, concave et strictement croissante en chaque coordonnée. Les coûts de production ($c_l(q_l)$, $1 \leq l \leq m$) associés à ces quantités sont convexes, dérivables et strictement croissants. Les fonctions inverses $d_l \equiv c_{-1}^l$ sont définies telles que : $\forall l, 1 \leq l \leq m \forall q_l \in \mathbb{R}_+^* d_l(c^l(q^l)) = q_l$. Les fonctions d sont décroissantes, concaves et dérivables ($\frac{\delta d^l(q^l)}{\delta q^l} = \frac{1}{\frac{\delta c^l(q^l)}{\delta q^l}}$). De même, les fonctions de valuation $v_i(\vec{q})$ sont croissantes et concaves.

Quel que soit le mécanisme envisagé pour la distribution d'un lot de ressources, il procède de la manière suivante. Dans un premier temps, chaque consommateur ag_i doit soumettre un vecteur d'offre $\vec{b}_i \in (\mathbb{R}_+^*)^m$. Le producteur doit alors mettre en correspondance le vecteur de ces vecteurs d'offres \vec{b} avec d'une part un résultat de jeu constitué de l'ensemble des vecteurs quantités affectés à chacun des consommateurs

($\vec{o} = (q_1, \dots, q_n)$) et d'autre part l'ensemble des paiements qui sont affectés à chacun des consommateurs. Comme précédemment, nous souhaitons maximiser le bien-être social utilitariste : $\text{fcs}(\vec{b}) = \max_{o \in O} \sum_{\text{ag}_i \in \mathcal{A}} \pi_i(o(\vec{b}))$. En d'autres termes, le vecteur des quantités \vec{q}^* est **optimale** ssi le bien-être social utilitariste est maximal :

$$\forall \vec{q} \in (\mathbb{R}_+^*)^m \quad \sum_{\text{ag}_i \in \mathcal{A}} (v_i(\vec{q}^*) - c(\vec{q}^*)) \geq \sum_{\text{ag}_i \in \mathcal{A}} (v_i(\vec{q}) - c(\vec{q}))$$

Nous considérons ici le mécanisme $\hat{M} = \langle \hat{o}, \hat{g} \rangle$ qui spécifie pour l'ensemble des vecteurs d'offres :

1) les fonctions de production suivantes :

$$\forall l, 1 \leq l \leq m \quad \hat{o}_l(b_l) = d_l(B_l)$$

2) les paiements calculés tels que $\forall \text{ag}_i \in \mathcal{A}$:

$$\forall \text{ag}_i \in \mathcal{A} \quad p_i(\vec{b}) = \sum_{l=1}^m p_i^l(b_i^l) = b_i^l - B_{-i}^m \log\left(1 + \frac{b_i^l}{B_{-i}^l}\right)$$

avec $B_{-i}^l = \sum_{\text{ag}_j \in \mathcal{A} - \{\text{ag}_i\}} b_j^l$.

Comme le mécanisme précédent, \hat{M} permet d'aboutir à un résultat de jeu satisfaisant.

Théorème 4 (Implémentation multi-ressources) *Considérons l'implémentation $\hat{M} = \langle \hat{o}, \hat{g} \rangle$. Selon cette implémentation, les quantités de ressources distribuées qui sont optimales sont des situations d'équilibre de Nash.*

Démonstration 4 (Implémentation multi-ressources) *La démonstration est identique à celle du théorème 2.*

Nous avons proposé ici une implémentation décentralisée pour la distribution d'un lot de ressources.

9. Travaux connexes

Gnutella est un des protocoles qui a le plus de succès. Malheureusement celui-ci ne fournit pas de mécanisme de rétribution des producteurs. Dans le réseau Bitorrent [bit06], le débit de téléchargement est proportionnel au débit télé-déchargement. Malheureusement, cette approche ne prend pas en considération l'hétérogénéité des agents en terme de ressources à disposition alors que les capacités (bande passante, CPU, stockage) des pairs peuvent être très différentes. Le réseau eMule [eMu06] est muni de mécanisme de gestion de file d'attente. C'est le temps passé par un consommateur dans la file d'attente qui détermine sa priorité. De plus, un certain nombre de

logiciels pairs utilisent dans ce réseau un système de crédit afin de rétribuer les agents qui coopèrent. Ce système raccourcit d'autant le temps d'attente que les échanges réciproques entre les deux pairs considérés ont été nombreux. Plus le consommateur aura précédemment coopéré, plus court sera son temps d'attente. Malheureusement, ce critère est local. Seul les échanges entre ces deux pairs sont considérés. De plus, un nombre restreint de logiciels pairs implémentent un tel mécanisme de rétribution.

[LAI 03] propose également des mécanismes incitatifs pour les système P2P d'échange de fichiers. Afin de modéliser ce problème, le DIP est envisagé et des stratégies selon lesquelles un agent peut consommer des ressources en fonction de sa propre production ont été étudiées. Ce mécanisme est, comme les précédents, inadapté à un réseau hétérogène. De plus, les interactions sont dans les système P2P séquentielles et non pas simultanées comme dans le DIP. Par conséquent, seul le producteur peut choisir entre coopérer et trahir dans le cadre d'un système P2P. Ainsi, le consommateur ne peut pas distinguer si le producteur le trahit ou s'il coopère mais qu'il ne dispose pas de la ressource demandée.

Le problème qui consiste à proposer un mécanisme de rétribution pour les producteurs dans un système P2P d'échange de fichiers est un cas particulier de l'allocation distribuée de ressources [CHE 06]. Comme le propose cet article, nous avons évalué ici quelles sont contraintes que notre contexte applicatif impose sur le modèle information d'allocation. Nous avons également adopté un point de vue économique afin de concevoir un mécanisme efficace. citefeigenbaum02damd met en exergue les fondements de la conception de mécanisme décentralisé et présente quelques résultats récents ainsi que quelques-uns des problèmes ouverts. C'est sur celui des système P2P d'échanges de fichiers que nous nous sommes focalisés ici.

10. Conclusions et perspectives

Dans cet article, nous avons considéré les système d'échange P2P comme un domaine d'application privilégié pour les SMAs. Nous avons proposé ici un mécanisme de rétribution incitant les agents à ne pas se contenter de consommer mais à produire pour assurer la pérennité du système. Nous avons proposé ici un mécanisme qui est, contrairement au mécanisme de Vickrey-Clarke-Groves, décentralisé et adapté au contexte applicatif. Ce mécanisme garantit que, pour la stratégie d'offres ascendantes que nous avons proposé, le résultat du jeu sera un équilibre de Nash qui consiste en un partage optimale et efficace de la provision des ressources continues, divisibles et duplicables.

Remerciements

Ce travail est cofinancé par le CPER TAC de la région Nord-Pas de Calais et les fonds européens FEDER.

11. Bibliographie

- [ADA 00] ADAR E., HUBERMAN B. A., « Free Riding on Gnutella », *First Monday*, vol. 5, n° 10, 2000, http://firstmonday.org/issues/issue5_10/adar/index.html.
- [AKN 05] AKNINE S., PINSON S., « Modèles de Négociations Multi-agents Combinées », *Actes des Journées Francophones sur les Systèmes Multi-Agents*, Hermès, 2005.
- [bit06] « bittorrent », <http://bittorrent.com>, 2006.
- [CHE 06] CHEVALEYRE Y., DUNNE P. E., ENDRISS U., LANG J., LEMAÎTRE M., MAUDET N., PADGET J., PHELPS S., RODRIGUEZ-AGUILAR J. A., SOUSA P., « Issues in Multi-agent Resource Allocation », *Informatica*, vol. 30, 2006, p. 3–31.
- [eMu06] « eMule Project », <http://www.emule-project.net>, 2006.
- [FIN 05] GROUPE INTELLIGENCE COLLECTIVE DE LA FING, « La coordination de groupes », Portail InternetActu.net, aout 2005, <http://www.internetactu.net/index.php?p=6119>.
- [Gnu06] « Gnutella information portal with development information and downloads », [Gnutella.com](http://gnutella.com), 2006.
- [GRO 75] GROVES T., LOEB M., « Incentives and public inputs », *J. of Public Economics*, vol. 4, n° 3, 1975.
- [HAR 68] HARDIN G., « The Tragedy of the Commons », *Science*, vol. 162, 1968, p. 1243-1248.
- [LAI 03] LAI K., FELDMAN M., STOICA I., CHUANG J., « Incentive for Cooperation in P2P Networks », *Proc. of the 1st Workshop Economics of Peer-to-Peer systems*, berkley, 2003.
- [MAT 99] MATHIEU P., BEAUFILS B., DELAHAYE J.-P., « Studies on Dynamics in the Classical Iterated Prisoner's Dilemma with Few Strategies », *Artificial Evolution*, , 1999.
- [MOR 03] MORGE M., BEAUNE P., « Conception Multi-Agents d'un Système d'Aide à la Décision Collective », *Actes des JFSMA'03*, Hermès, 2003, p. 359-363, short paper.
- [Nap06] « The Napster home page », Napster.com, 2006.
- [NEU 44] VON NEUMANN J., MORGENSTERN O., *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton University Press, 1944.
- [RAW 71] RAWLS J., *A Theory of Justice*, Belknap Press of Harvard University Press, Cambridge, 1971.