
L'apport des SMA à la modélisation des marchés financiers

Julien Derveeuw* — **Bruno Beaufls*** — **Olivier Brandouy**** — **Philippe Mathieu***

* *Laboratoire d'Informatique Fondamentale de Lille*

** *Lille Economie et Management*

RÉSUMÉ. Nous étudions dans cet article différents modèles multi-agents de marchés financiers. Nous présentons dans une première partie les modèles classiquement utilisés par les économistes pour simuler les marchés, qui utilisent une équation centrale pour agréger les décisions des agents, ce qui implique un fonctionnement synchrone et non-continu du marché. Nous montrons que ce type de modèle est insuffisant pour reproduire de manière réaliste le fonctionnement des marchés financiers, et présentons notre propre modèle basé sur un carnet d'ordres. A travers ce carnet, asynchrone et continu, les agents échangent des titres, tels des fourmis échangeant des phéromones à travers leur environnement. Nous montrons que la reproduction du modèle d'interactions entre agents tel qu'il existe sur les marchés réels permet d'obtenir de meilleurs résultats, et permet de mieux comprendre comment certaines propriétés statistiques observables de manière récurrente sur les marchés réels émergent des interactions entre les agents au travers du marché.

ABSTRACT. We study in this article several multi-agents models of stock markets. We present in a first part models classically used by economists to simulate markets, which use a central equation to aggregate agents decisions, which implies that the market is synchronous and non continuous. We show that these kind of models are not sufficient in order to reproduce financial markets behaviors, and present our own orderbook-based market model. We show that reproducing the interaction model used by agents on real markets allows to obtain better results, and allows to better understand how statistical properties observed on real markets emerge from agents interactions through the market.

MOTS-CLÉS : systèmes multi-agents, marchés financiers, interactions, systèmes complexes

KEYWORDS: multi-agents systems, financial markets, interactions, complex systems

1. Introduction

Depuis une dizaine d'années, le développement des techniques de simulations multi-agents a permis de modéliser, simuler et mieux comprendre de nombreux systèmes complexes, ce qui était impossible jusqu'alors. Parmi ces systèmes, les marchés financiers sont sans nul doute un des plus fascinants : ils sont omniprésents dans la vie politique, économique et sociale de la plupart des pays, et la moindre variation de leur comportement semble avoir des répercussions immenses. Bien que le développement de la finance moderne, depuis les années 1940, ait permis de développer des modèles analytiques permettant de mesurer leurs propriétés statistiques (cf (Mandelbrot, 2004)), il n'existe pas à ce jour de modèle explicatif satisfaisant permettant de lier le niveau microscopique (le comportement des investisseurs) avec le niveau macroscopique (les dynamiques de prix observées). Ce manque s'explique sans doute par le fait que les marchés financiers sont des systèmes complexes au plus pur sens du terme : des milliers d'agents y sont en forte interaction, influencés dans leur prise de décision par le monde extérieur, mais aussi par les décisions prises par les autres agents.

Dès le début des années 1990, des chercheurs en finance ont essayé de modéliser ces marchés en utilisant des techniques multi-agents. Ces travaux ont été initiés par le *Santa-Fe Institute*, avec la publication du modèle du *Santa-Fe Artificial Stock Market*, premier modèle connu utilisant des agents pour essayer de reproduire les caractéristiques macroscopiques observables sur les marchés financiers. Ce modèle, et ses successeurs, est basé sur une équation centrale qui agrège les décisions des agents afin de produire un prix selon la loi de l'offre et de la demande. Cette équation, vestige des modélisations macroscopiques utilisées jusqu'à présent, implique que les agents prennent leurs décisions de manière synchrone et que le temps est discrétisé, ce qui est totalement opposé à la réalité des marchés qui sont, eux, asynchrones et continus.

Nous exposons dans cet article pourquoi l'utilisation de cette loi macroscopique pour modéliser un système complexe du type marché financier, cela avec une approche bottom-up, est une erreur. Nous présentons ensuite notre modèle de marché financier, basé sur le respect des interactions microscopiques qui existent entre les agents et la microstructure du marché, pour conclure sur une comparaison entre les résultats obtenus avec les deux types de modèles présentés.

2. Les marchés financiers

2.1. Fonctionnement général

Les marchés financiers sont des structures permettant à des individus d'échanger des biens (actions, matières premières, monnaies, etc) contre de l'argent. Ces échanges sont régis, pour chaque marché, par un certain nombre de règles spécifiques. Les grands marchés de titres (EURONEXT à Paris, le NYSE à New-York et le TSE à Tokyo) utilisent cependant la même structure centrale pour permettre ces échanges : un *car-*

net d'ordres. Ce carnet est une forme de *tableau noir* (cf (Englemore *et al.*, 1988)) sur lequel les acteurs du marché peuvent inscrire leurs désirs, c'est à dire quels titres ils veulent acheter ou vendre, en quelle quantité et pour quel prix. Ces informations sont publiques et peuvent être observées en temps réel par les autres acteurs du marché. Un exemple de carnet d'ordres est présenté à la figure 1. Ce dernier se présente sous

Sell orders		
Price	Quantity	Emitter
50.60 \$	35 000	Philippe
50.45 \$	21 000	Bruno
49.60 \$	28 000	Julien
49.37 \$	47 000	Olivier
Buy orders		

best limits

Figure 1. Exemple de carnet d'ordres

la forme de deux listes triées : la partie supérieure correspond aux *ordres* de vente et la partie inférieure aux ordres d'achats. La colonne de gauche correspond aux prix auxquels sont proposés une quantité d'actions (colonne de droite). Lorsqu'un ordre de vente est compatible avec un ordre d'achat, c'est à dire que les prix limites qui leur sont associés se croisent, un échange est initié par le marché entre les propriétaires de ces ordres. Le classement de la meilleure offre (respectivement demande) à la plus mauvaise permet aux agents de se faire une idée de l'état du marché et de prendre leurs décisions en fonction des meilleures limites dans le carnet. Dans notre exemple, si un individu désire acheter rapidement des titres, il sait qu'il devra proposer un prix supérieur ou égal à 50.45\$ pour en obtenir immédiatement. Au contraire, s'il est moins pressé, il pourra s'insérer dans le carnet du côté des acheteurs en passant un ordre à, par exemple, 49.50\$ pour obtenir les titres à un meilleur prix, en espérant que plus tard, un vendeur baisse son prix.

2.2. Des systèmes complexes

Bien que le fonctionnement général des marchés présenté à la section 2.1 puisse paraître simple, les places financières sont de véritables *systèmes complexes*. En effet, la présence d'un grand nombre d'acteurs sur ces marchés rend très difficile leur compréhension et leur analyse : des milliers d'acteurs interviennent en continu sur le carnet d'ordres en émettant continuellement de nouveaux ordres ou en annulant d'anciens. De plus, comme les marchés ne sont pas des milieux clos, ces interventions sont la plupart du temps motivées par l'influence du monde extérieur qui modifie les

croyances ou les désirs des agents financiers. Les décisions des acteurs, publiées en temps réel dans le carnet et rendues publiques, deviennent à leur tour un motif pour les autres acteurs de changer leur position. La présence de cette boucle de rétroaction ou de *feedback* accroît encore la complexité de ces systèmes et rend impossible toute prévision de l'évolution de l'état global du système.

2.3. *Simuler les marchés : une nécessité ?*

2.3.1. *La simulation : un outil nécessaire à la compréhension*

Depuis leur création, les marchés financiers fascinent : des sommes colossales y sont échangées chaque jour et la moindre modification de leur état semble avoir des répercussions importantes sur le reste du monde. La compréhension des mécanismes qui gouvernent ces marchés est donc un enjeu scientifique majeur : maîtriser leurs dynamiques pourrait permettre de mieux contrôler les conséquences qu'elles ont sur le reste de la sphère économique au sens large du terme. Les avancées des cinquante dernières années en finance ont permis de caractériser les propriétés de ces dynamiques et de mieux les connaître, grâce à des modèles mathématiques ou statistiques, utilisés de nos jours tant en finance théorique que dans la sphère financière pratique (gestion de portefeuille, évaluation d'options, ...). Néanmoins, ces modèles sont essentiellement conçus pour décrire les dynamiques de marchés et *non pour les expliquer*. Comme nous l'avons vu dans la section 2.2, il est impossible d'expliquer comment ces dynamiques sont engendrées par l'agrégation des décisions de milliers d'entités en interaction, elles-même influencées par un nombre incommensurable de facteurs. Le système n'étant pas analysable dans sa version réelle, il est donc nécessaire d'en faire un modèle simplifié, le plus fidèle possible, pour pouvoir l'analyser dans un milieu dont on maîtrise la totalité des paramètres.

Historiquement, cette reproduction des marchés dans un univers virtuel parfaitement contrôlé s'est d'abord faite à travers des expériences de laboratoires mettant en scène des agents humains. Malheureusement, il est extrêmement difficile de reproduire les conditions réelles d'une place financière : les agents humains ne sont pas soumis aux mêmes motivations, peurs, ou contrainte qu'en environnement réel (les enjeux monétaires ne sont pas les mêmes) et leur nombre ne dépasse généralement pas la centaine. Cette solution ayant montré ses limites, les simulations informatiques se sont imposées depuis le début des années 1990 comme une nouvelle alternative : l'environnement dans lequel évoluent les agents reste sous contrôle de l'expérimentateur, le nombre d'agents en jeu est virtuellement illimité, et toutes les hypothèses concernant leurs comportements peuvent être testées sans contraintes.

2.3.2. *Faits stylisés*

Nous avons vu section 2.3 que les avancées en finance théorique avaient permis de caractériser précisément les dynamiques observables sur les marchés financiers. L'ensemble de ces caractéristiques statistiques, communes à la plupart des marchés finan-

ciers, est regroupé sous le terme de *faits stylisés*. De nombreux modèles théoriques ou tests statistiques ont été développés pour les décrire ou détecter leur présence dans des séries de prix mais leur origine reste pour la majeure partie complètement inconnue : sont-ils le fruit des comportements des agents en interaction sur les places financières ? de la micro-structure des marchés qui régissent les échanges de ces agents ? d'une relation complexe entre ces deux explications ? Nul ne peut donner de réponse précise à ces questions, seules quelques hypothèses peuvent être au mieux avancées pour l'instant. Les simulations multi-agents des marchés financiers pourraient être un moyen de mieux comprendre l'origine de ces faits stylisés puisque chaque partie du système est modulable à souhait, tout en restant parfaitement sous contrôle. De plus, ces faits stylisés permettent de valider les résultats obtenus par simulation : ils permettent de juger du degré de réalisme des dynamiques de prix obtenues.

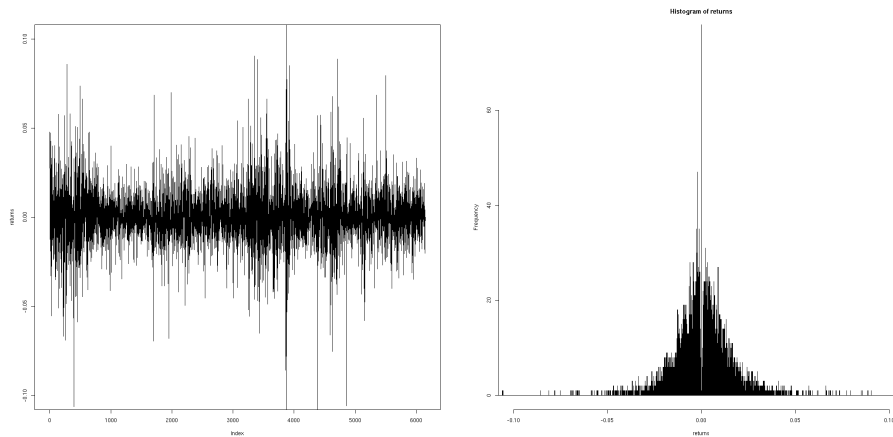


Figure 2. Rendements journaliers du titre BMW et leur distribution

Description	Result
Excess kurtosis	4.158
Augmented Dickey-Fuller	-18.47

Tableau 1. Analyse statistique des rendements journaliers du titre BMW

De nombreux tests statistiques différents peuvent être utilisés pour rechercher des faits stylisés dans les séries de prix, mais ils peuvent être regroupés dans deux grandes catégories principales.

Les premiers caractérisent la courbe de la distribution des rendements¹. En théorie économique, l'hypothèse est souvent faite que les prix suivent une marche au hasard², c'est à dire que les rendements sont distribués selon une loi normale (cette modélisation vient des travaux fondateurs de Louis Bachelier, cf (Bachelier, 1900) pour plus de détails). Si on analyse les séries de prix provenant des marchés réels, il est clair que ce n'est pas le cas : la forme de la distribution exhibe des *queues épaisses*³ et un *pic* plus important⁴. Ce fait stylisé particulier peut être détecté en utilisant le test de Jarque-Bera (cf (Bera *et al.*, 1980)), qui détermine la distance entre une loi de distribution et une loi normale en mesurant son kurtosis⁵. Cette propriété est mise en évidence au tableau 1 qui montre que la distribution des rendements du titre BMW est loin d'une loi normale (la kurtosis d'une loi normale est 0).

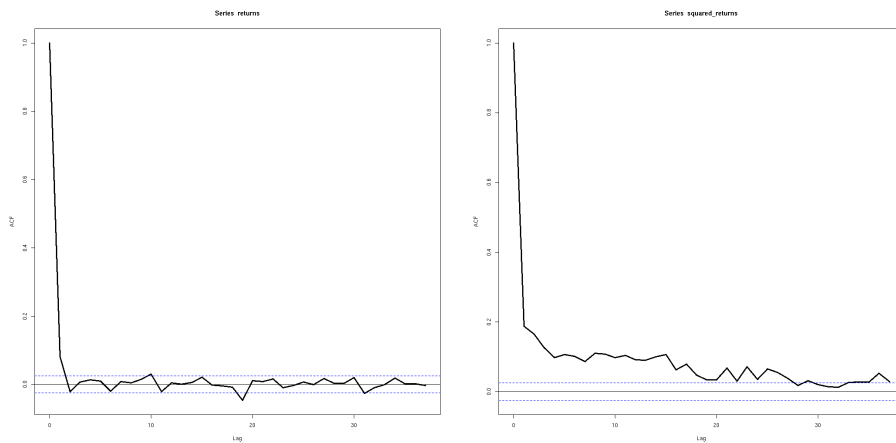


Figure 3. Fonction d'Auto-Correlation pour les rendements journaliers du titre IBM et pour leur valeur absolue

La seconde catégorie de faits stylisés concerne les motifs présents dans les séries de rendements. En effet, en poussant plus avant l'hypothèse présentée précédemment, il est clair que les rendements devraient être *indépendamment et identiquement distribués*, c'est à dire qu'il n'est pas possible d'exprimer les r_t en fonction

¹Par rendement, nous entendons la série définie par $r_t = \frac{p_t - p_{t-1}}{p_t}$ où p_t est une série de prix

²i.e. une série définie par : $p_t = p_{t-1} + r_t$ avec r_t distribué normalement

³c'est à dire que les événements extrêmes surviennent plus fréquemment que dans une distribution normale

⁴c'est à dire que les événements proches de 0 surviennent plus fréquemment que dans une distribution normale

⁵mesure des pics ou de l'aplatissement relatif de la distribution d'une variable aléatoire par rapport à une distribution normale

des r_{t-i} , $i \in [1, t-1]$. Cette hypothèse est vérifiée en pratique sur les séries de rendements provenant des marchés réels et peut être mise en évidence par des tests statistiques comme l'*Augmented Dickey-Fuller*, qui recherche la présence de racines unitaires dans des séries temporelles. Cette propriété n'est pourtant plus vraie quand on passe à la série des $|r_t|$: il existe une dépendance temporelle significative qu'il est possible de mettre en évidence en dessinant la fonction d'auto-correlation qui montre, en fonction du temps, la dépendance entre les termes d'une série. La figure 3 montre ces courbes pour les rendements journaliers du titre IBM. La courbe de gauche montre qu'il n'existe pas de dépendance temporelle dans les rendements, tandis que celle de droite montre que pour les rendements en valeur absolue, il existe une dépendance temporelle, positive sur des intervalles de temps courts, qui décroît rapidement.

Il est également possible de valider des dynamiques expérimentales en comparant leurs propriétés à celles obtenues avec les meilleurs modèles théoriques connus. La famille de processus GARCH est à ce jour un des meilleurs modèles théoriques connus pour générer une dynamique de prix réaliste (cf (Engle, 2001)), et prend notamment en compte les dépendances à court terme des rendements en valeur absolue présentés ci-dessus. Un processus GARCH(p,q) est défini de la façon suivante :

$$p_t = p_{t-1} + \epsilon_t \quad [1]$$

$$\epsilon_t = \tau_t z_t \quad [2]$$

$$z_t \sim \mathcal{N}(0, 1) \quad [3]$$

$$\tau_t^2 = \sum_{i=1}^p \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \tau_{t-j}^2 \quad [4]$$

Les équations n° 2, 3 et 4 signifient que les ϵ_t ne sont pas indépendamment distribués mais sont très légèrement corrélés. En pratique, on observe qu'un processus GARCH(1,1) avec $\alpha_1 \ll \beta_1$ génère des dynamiques de prix réalistes ayant toutes les propriétés des dynamiques observables sur les marchés réels. En effectuant une régression des données expérimentales vers ce type de modèle théorique, il est donc possible de vérifier que les données obtenues par simulation ne rentrent pas en conflit avec le meilleur modèle théorique connu pour décrire la réalité.

Nous avons présenté dans cette section quelques exemples de faits stylisés (queues épaisses, autocorrelation des rendements en valeur absolue, ...) ainsi que les méthodes statistiques permettant de les identifier. L'ensemble de ces outils permet de déterminer si les séries de prix produites par simulation sont réalistes, c'est à dire si les dynamiques macroscopiques du modèle correspondent à celles observables sur les marchés réels.

3. Différentes méthodologies

L'idée de modéliser les marchés financiers n'est pas nouvelle : déjà, à la fin des années 1940, Chamberlin évoque explicitement la possibilité de tester certaines théories

dans des environnements complètement contrôlés. Malheureusement, ces expériences de finance expérimentale, qui ont recours à des expériences de laboratoires avec des sujets humains pour reproduire les dynamiques observables sur les marchés financiers, présentent les nombreux désavantages que nous avons présentés précédemment.

Avec l'avènement des simulations informatiques au début des années 1990, une nouvelle possibilité est apparue pour la finance expérimentale : simuler le fonctionnement des marchés financiers à l'aide d'agents artificiels intelligents. Ces simulations se sont d'abord construites autour de modèles simples, proches de *toy problems*, comme le *El Farol Bar Problem* de Brian Arthur (Arthur, 1994), pour évoluer vers des simulations de plus en plus proches de la réalité (Palmer *et al.*, 1994).

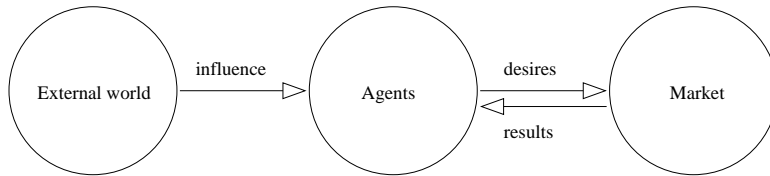


Figure 4. Architecture d'un modèle de marché artificiel

De nombreux modèles de marchés ont été développés depuis lors. Cependant, malgré leurs différences, il est possible d'identifier trois parties distinctes communes à tout ces modèles (cf figure 4) :

- **le marché.** Il permet aux agents d'interagir entre eux, c'est à dire d'échanger des titres contre de l'argent. Il définit les règles permettant ces échanges. Il définit également la temporalité des interactions entre les agents : les enchères peuvent être synchrones ou asynchrones, en temps continu ou discret.

- **les agents.** Ils échangent des titres au travers du marché en respectant les règles définies par le marché. Les informations auxquelles ont accès les agents pour prendre leurs décisions dépend du type de marché. Chacun possède un comportement qui lui est propre.

- **le monde extérieur.** Il peut influencer les agents dans leurs prises de décisions. Il représente tout ce qui est exogène au marché (flux d'informations, agents extérieurs au marché, ...).

Nous allons présenter dans cette section différentes classes de modèles de marchés, chaque classe étant le fruit d'une implémentation différente des modules présentés précédemment. Cependant, la plus grande distinction faisable entre ces modèles se fait au niveau du modèle d'interaction utilisé par les agents pour échanger des titres : il peut respecter plus ou moins le paradigme de modélisation multi-agents, ce qui est lourd de conséquences sur la validité des résultats obtenus. Nous présentons dans un premier temps les modèles d'interaction classiques, basés sur une équation centrale

qui pondère les décisions des agents pour produire un prix, puis nous présenterons notre modèle, basé sur un modèle d'interactions réaliste, plus en phase avec la réalité des marchés financiers.

4. Les modèles classiques

La plupart des modèles de marchés artificiels présents dans la littérature sont basés sur une équation centrale qui agrège les décisions des agents afin de déterminer le prix de l'action. Cette agrégation tient compte du déséquilibre entre l'offre (le nombre d'agents désireux de vendre des titres) et la demande (le nombre d'agents désireux d'acheter des titres). Après en avoir décrit le fonctionnement, nous détaillons les modèles d'information puis les modèles d'agents utilisés dans les différentes approches.

4.1. Fonctionnement

Dans les modèles classiques, les enchères sont synchrones, c'est à dire que tous les agents doivent prendre leurs décisions de manière simultanée selon un temps discrétisé, chaque pas de temps correspondant à un tour d'enchère. A chaque itération, les agents émettent une direction (demander, offrir des actions ou ne rien faire) qui est confrontée aux décisions des autres agents. Le prix du titre p_t à l'itération t est ensuite généré avec un processus de la forme :

$$p_t = p_{t-1} + \beta(B_t - O_t) + \epsilon_t$$

où ϵ_t est un bruit distribué selon une normale centrée sur 0 et où B_t est le nombre de demandes et O_t le nombre d'offres, ce qui signifie que si plus d'agents désirent acheter que vendre, le prix du titre croît et inversement. Cette équation est l'illustration de la loi économique de *l'offre et de la demande* qui prédit que plus un grand nombre de personnes désire posséder un bien, plus son prix augmente. Le paramètre β sert uniquement à contrôler la force d'impact du déséquilibre offre/demande sur l'évolution du prix.

Une fois le prix du titre déterminé, il est nécessaire de déterminer quelle quantité de titres les agents ont réellement vendu ou acheté. Ce mécanisme est également basé sur une équation, qui calcule pour chaque agent i la différence de titres $\delta_{i,t}$ entre l'itération $t - 1$ et l'itération t de la manière suivante :

$$\delta_{i,t} = \frac{\min(B_t, O_t)}{B_t} b_{i,t} - \frac{\min(B_t, O_t)}{O_t} o_{i,t}$$

où $b_{i,t}$ (respectivement $o_{i,t}$) est la quantité d'actions demandée (offerte) par l'agent i à l'itération t . Le stock d'argent de l'agent i est ensuite décrémenté (respectivement incrémenté) de $p_t * \delta_{i,t}$.

Un exemple de déroulement d'un tour d'enchère est présenté à la figure 5.

Soient 5 agents a_1, \dots, a_5 , disposant chacun de n_i titres et de c_i unités monétaires en $t - 1$. Le prix de l'action est $p_{t-1} = 18$, calculé à l'itération précédente grâce à l'équation $p_{t-1} = p_{t-2} + 0.5 * (B_{t-1} - O_{t-1}) + \epsilon_{t-1}$.

a_i	$n_{i,t}$	$c_{i,t}$
a_1	5	200
a_2	6	450
a_3	2	700
a_4	3	100
a_5	9	1200

A l'itération t , les agents choisissent de demander ($b_{i,t} > 0$) ou de vendre ($o_{i,t} > 0$) des titres. Dans l'exemple ci-dessus, les agents a_1, a_2 et a_4 choisissent de demander 1 titre tandis que les agents a_3 et a_5 choisissent d'en vendre 1.

Le nouveau prix du titre est calculé : $p_t = 18 + 0.5 * (3 - 2) + (-0.02) = 18.48$. Pour les agents ayant demandé 1 action, on calcule la quantité effective d'actions obtenues :

$$\delta_{i,t} = \frac{2}{3} \times 1 - \frac{2}{2} \times 0 = 0.66$$

et de la même façon la quantité effectivement vendue pour les agents ayant offert une action :

$$\delta_{i,t} = \frac{2}{3} \times 0 - \frac{2}{2} \times 1 = -1$$

. Les quantités n_i et c_i sont ensuite mises à jour en fonction des échanges ayant réellement eu lieu :

a_i	$n_{i,t-1}$	$c_{i,t-1}$	$b_{i,t}$	$o_{i,t}$
a_1	$5 + 0.66 = 5.66$	$200 - 18 = 182$	1	0
a_2	$6 + 0.66 = 6.66$	$450 - 18 = 432$	1	0
a_3	$2 - 1 = 1$	$700 + 18 = 718$	0	1
a_4	$3 + 0.66 = 3.66$	$100 - 18 = 82$	1	0
a_5	$9 - 1 = 8$	$1200 + 18 = 1218$	0	1

Le système est entièrement mis à jour et prêt pour un nouveau tour d'enchère.

Figure 5. Exemple de déroulement d'une itération dans un modèle synchrone

4.2. Modèle d'information

Dans la plupart des modèles de marchés artificiels existants (par exemple (Cincotti *et al.*, 2006), (Ghoulmie *et al.*, 2005) ou (Marchesi *et al.*, 2003)), les prises de décisions des agents sont influencées par des éléments exogènes au marché. L'ajout de ce troisième module au modèle de marché permet de prendre en compte le fait que, sur les marchés réels, les informations publiques semblent avoir une grande influence sur

les dynamiques des marchés. Par exemple, l'annonce du rachat d'une société par une multinationale implique souvent la chute significative de sa cotation en bourse.

Pour modéliser et simuler ce phénomène, plutôt que de se tourner vers des approches de modélisation microscopique de ces informations, l'information est la plupart du temps assimilée à un signal numérique que les agents observent en permanence. Dans la presque totalité des modèles de marché, ce signal est assimilé à un bruit $I_t = \epsilon_t$ avec ϵ_t distribué selon une normale de moyenne nulle et de variance égale à 1.

Ce choix est généralement justifié en suivant l'hypothèse que l'évolution du monde est imprévisible et qu'un signal indépendamment distribué comme un bruit blanc est suffisant pour le modéliser.

4.3. Agents

Un modèle de la microstructure du marché n'est pas suffisant pour pouvoir simuler son fonctionnement : une fois la microstructure choisie, les stratégies des agents doivent être définies. Deux solutions peuvent principalement être envisagées : soit les agents peuvent être réactifs, c'est à dire qu'ils prennent des décisions en suivant des règles simples, déclenchées par un stimulus exogène au marché (la publication d'une nouvelle) ou par un stimulus endogène (la publication d'un nouveau prix), soit ils peuvent être cognitifs, c'est à dire qu'ils disposent d'un modèle d'apprentissage qui leur permet de prendre une décision. Dans la majorité des travaux présents dans la littérature, les agents sont cognitifs et utilisent des modèles d'apprentissage complexes pour améliorer leurs performances. Nous décrivons dans cette section un modèle de comportement représentatif de la littérature, présenté pour la première fois dans (LeBaron *et al.*, 1999).

Dans (LeBaron *et al.*, 1999), les agents disposent d'un ensemble de règles de décisions représentées par un triplet {condition, action, force}. Un exemple détaillant ce mécanisme est présenté à la figure 6. La partie condition d'une action est un ensemble de bits, chacun correspondant à un état particulier du marché. Chaque bit peut être dans l'état vrai (1), faux (0) ou non significatif (#). La partie décision correspond au signal que l'agent doit envoyer si l'état du marché est compatible avec la partie condition de la règle. Le signal peut être 1 (acheter), 0 (ne rien faire) ou -1 (vendre). A chaque itération, l'agent sélectionne l'ensemble des règles dont la partie condition est compatible avec l'état courant du marché. Il sélectionne alors dans cet ensemble la règle ayant la meilleure force. La force associée aux règles est ensuite mise à jour à la fin de chaque tour de jeu, proportionnellement au montant d'argent qu'elles auraient pu faire gagner à l'agent si elles avaient été choisies. Les règles elles-mêmes, générées aléatoirement au départ de la simulation, sont mises à jour avec un algorithme génétique classique qui privilégie les règles ayant la meilleure force pour être les parents de nouvelles règles.

Soit un agent A_1 disposant de l'ensemble de règles suivant :

Règle n°	Conditions				force	action
	$p_t < p_{t-1}$	$p_t < 400$	$p_t > 300$	$p_t < p_{t-2}$		
1	1	1	#	0	3.68	1
2	0	1	1	#	1.47	-1
3	#	1	#	#	5.42	-1
4	0	0	0	1	0.62	1
5	1	#	#	0	1.74	1

Si l'état courant du marché est $\{p_t = 350, p_{t-1} = 400, p_{t-2} = 280\}$, alors les règles n°1, 3 et 5 sont activées. Les règles 2 et 4 ne peuvent pas être activées puisque la première condition "il est faux que $p_t < p_{t-1}$ " n'est pas vérifiée. Un tirage aléatoire proportionnel à la force est alors appliqué pour savoir laquelle des règles activées sera choisie. La règle n°1 a 33.9% de chances d'être sélectionnée, la règle n°3 50% et la n°5, 16.1%. Si la règle n°3, par exemple, est sélectionnée, alors l'agent émet un signal de vente (-1).

La force associée aux règles n°1, 3 et 5 est ensuite mise à jour proportionnellement au montant d'argent qu'aurait fait gagner la décision associée à ces règles. Par exemple, si prendre la décision d'acheter était la meilleure d'un point de vue rentabilité, la force des règles 1 et 5 seront augmentées alors que la force de la règle 3 sera diminuée.

Figure 6. *Fonctionnement du comportement d'un agent dans Palmer et al.*

4.4. Résultats

Nous présentons dans cette section des résultats obtenus avec des modèles semblables à celui présenté à la section 4.1. Ces résultats sont reproduits à partir d'une sélection d'articles représentatifs de la littérature sur les marchés artificiels mixant agents et équations comme (LeBaron *et al.*, 1999), (Cincotti *et al.*, 2006) et (Ghoulmie *et al.*, 2005). Ces études ont pour point commun de reproduire le plus fidèlement possible les propriétés statistiques des marchés réels (les *faits stylisés*, présentés à la section 2.3.2). Pour chacun de ces articles, nous présentons une sélection des résultats obtenus et détaillons les implications de ces résultats.

Description	Fast learning	Slow learning
Excess kurtosis	0.320	0.072
ARCH	100%	44%
BDS	84%	24%

Tableau 2. *Résultats statistiques obtenus par Palmer et al.*

Dans (LeBaron *et al.*, 1999), les auteurs valident leurs résultats expérimentaux obtenus par simulation grâce aux tests statistiques présentés à la section 2.3.2. Les résultats obtenus sont reproduits à la table 2, qui est séparée en deux colonnes suivant la vitesse d'apprentissage des agents (la fréquence à laquelle est déclenché le mécanisme de reproduction de l'algorithme génétique décrit à la section précédente). Palmer *et al.* montrent d'abord que la distribution des rendements exhibe une *kurtosis* positive et exhibe des *queues épaisses*. Bien que ces résultats soient qualitativement proches de la réalité, ils en sont loin quantitativement puisque la *kurtosis* n'est que de 0.32 alors qu'elle est généralement nettement supérieure à 4 sur les données provenant des marchés réels (cf table 1). Les auteurs s'intéressent ensuite à la dépendance qui existe entre les termes des séries de rendements. Après avoir vérifié que ces termes sont indépendants grâce au test BDS qui, dans le cas des agents à apprentissage rapide, rejette toute dépendance pour 84% des séries testées, ils testent si les séries de rendements obtenues par simulation peuvent être assimilées à des processus de type ARCH. Cette propriété est vérifiée pour 100% des séries obtenues avec des agents à apprentissage rapide.

Description	Result
Jarque-Bera	100%
Augmented Dickey-Fuller	99%

Tableau 3. Tests statistiques reproduits de l'étude de Cincotti *et al.*

Dans (Cincotti *et al.*, 2006), le but des auteurs est le même que dans (LeBaron *et al.*, 1999) : ils désirent valider leurs séries de prix expérimentales en recherchant la présence de faits stylisés similaires à ceux observables sur les marchés financiers réels. Cependant, Cincotti *et al.* n'utilisent pas les mêmes tests que Palmer *et al.* dans l'étude précédente. Ils se servent d'abord du test de Jarque-Bera qui teste l'hypothèse nulle que *le jeu de données est distribué selon une loi normale*. Ces résultats sont reproduits à la table 3 : 100% des jeux de données obtenus par simulation rejettent cette hypothèse, ce qui montre que, comme sur les marchés réels, les rendements ne suivent pas une loi normale. Comme dans Palmer *et al.*, Cincotti *et al.* recherchent ensuite des motifs dans les séries de rendements et utilisent à cette fin le test *Augmented Dickey-Fuller* qui recherche la présence de racines unitaires dans des séries temporelles. 99% des jeux de données expérimentaux rejettent l'hypothèse de dépendance entre les termes de la série, comme c'est le cas avec des séries provenant des marchés réels.

Dans (Ghoulmie *et al.*, 2005), les auteurs sont principalement intéressés par la forme de la fonction d'auto-correlation des rendements (ACF) et à la forme de leur distribution. Ghoulmie *et al.* mesurent d'abord la *kurtosis* de cette distribution qui oscille autour de 4, comme sur les marchés réels (cf table 1). La figure 7 reproduit les résultats graphiques obtenus par les auteurs pour valider leurs résultats : ils montrent la forme de la distribution des rendements pour renforcer le résultat obtenu par la mesure de sa *kurtosis* (on distingue très nettement que la distribution exhibe des queues

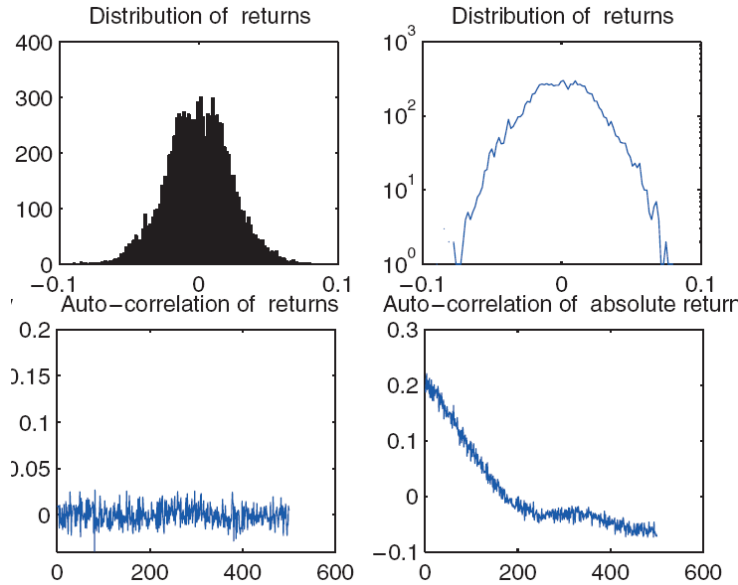


Figure 7. *Propriétés statistiques des rendements de l'article de Ghoulmie et al.*

épaisses) et un tracé de la fonction d'auto-correlation des rendements. L'ACF des rendements montre qu'il n'existe pas de dépendance notable entre les termes de la série mais, en passant à leur valeur absolue, il est visible qu'une dépendance à court terme existe. Cette dépendance diminue rapidement dès que le pas de temps utilisé pour la calculer augmente, ce qui est cohérent avec ce qui est observable sur les marchés réels.

4.5. Conclusion

Nous avons vu dans cette section une classe de modèles qui utilisent une équation pour agréger les décisions des agents afin de produire un prix. Ces modèles, synchrones et non continus, permettent de reproduire certaines des propriétés statistiques observables sur les marchés réels. Malheureusement, cette reproduction n'atteint pas le degré de réalisme souhaité. De plus, les comportements utilisés par les agents sont extrêmement complexes, ce qui empêche de faire des liens de cause à effet entre les faits stylisés observés en sortie de la simulation et les différents éléments composant le marché. Les faits stylisés trouvent-ils leur origine dans le modèle d'information utilisé qui influe sur les décisions des agents ? dans le comportement des agents ? dans la microstructure du marché ?

De plus, il est intéressant de remarquer que, bien que cette classe de modèles ait un sens économique (ils reflètent la loi macroscopique de l'offre et de la demande), elle ne tient absolument pas compte de la réalité au niveau microscopique : les agents

prennent leurs décisions de manière synchrone, ce qui n'est pas le cas sur les marchés réels (cf section 2.1), le temps est discrétisé, alors que la cotation sur les marchés réels se fait en continu. Dès lors, il paraît logique de se questionner sur la pertinence de cette classe de modèles : en quoi un modèle synchrone et discret peut-il reproduire correctement les propriétés d'une réalité asynchrone et continue ?

5. Notre modèle basé sur les interactions locales

Les résultats obtenus par les simulations de marchés basées sur les modèles mixtes présentés précédemment ne sont pas suffisamment proches de la réalité des marchés financiers pour être qualifiés de réalistes. La plupart des travaux réalisés jusqu'à présent dans ce domaine sont principalement centrés sur l'élaboration de comportements d'agents similaires à ceux décrits dans la littérature économique, ce qui passe souvent par l'utilisation d'algorithmes d'apprentissage complexes, dont les conséquences sur les dynamiques de prix obtenues sont mal maîtrisées. Afin de mieux comprendre l'émergence des phénomènes décrits dans la section 2.3.2, il semble donc nécessaire de simplifier les modèles comportementaux pour mieux en maîtriser les conséquences, mais aussi d'augmenter le réalisme de la microstructure du marché pour capturer les phénomènes d'interactions qui existent entre les agents.

Sur les marchés réels, les agents financiers, à la manière de fourmis, publient leurs désirs (les titres qu'ils veulent acheter ou vendre) sous la forme d'ordres, comparables à des phéromones, dans le carnet d'ordre, qui est leur environnement. Les autres agents consultent cet environnement en permanence et réagissent à ses modifications en émettant de nouveaux ordres. Si deux ordres sont compatibles, une transaction est réalisée entre les deux agents émetteurs de ces ordres. Cette structure de tableau noir est fondamentalement différente de celle présentée à la section précédente : les agents ne prennent plus leur décision simultanément de manière aveugle mais réagissent un par un aux décisions prises par les autres agents, rendues accessibles par l'utilisation d'un tableau noir.

Nous détaillons dans cette section notre modèle de carnet d'ordres. Nous présentons ensuite un comportement d'agent le plus simple possible, nous permettant de conclure sur l'effet de la microstructure de marché choisie sur le réalisme des résultats obtenus.

5.1. Implémentation multi-agents de notre modèle

5.1.1. Pourquoi une plateforme de simulation adaptée aux marchés financiers ?

Les plateformes de simulation multi-agents sont aujourd'hui légion. Malheureusement, la plupart d'entre elles, bien que présentées comme étant génériques, sont axées sur la simulation d'agents situés géographiquement (MADKIT, SWARM) ou sur le déploiement d'agents distribués physiquement sur plusieurs ordinateurs (JADE, MAGIQUE, ...).

Avec le développement des simulations multi-agents de marché, des plateformes de simulations spécialisées ont été développées pour répondre au besoin des économistes de disposer d'outils facilement utilisables. Malheureusement, le but avéré de ces plateformes étant la simplicité d'utilisation, il est très difficile d'accéder à leurs spécifications exactes et donc de garantir le fonctionnement d'éléments cruciaux pour la simulation tel que le scheduler. Or, comme nous le verrons par la suite, nous avons besoin pour nos simulations d'une architecture de marché particulière et de garanties spécifiques concernant la gestion du temps de parole des agents. Plutôt que d'utiliser des plateformes dont nous ne maîtrisons pas tous les aspects techniques, nous avons choisi de développer notre propre plateforme, SM³ (pour *Modular Market Model*), afin de garder un contrôle total sur le déroulement de nos simulations, dans lesquelles le moindre détail peut avoir des conséquences énormes sur les résultats obtenus.

5.1.2. *Un tableau noir particulier : le carnet d'ordres*

Notre modèle de carnet d'ordres a été conçu de manière à respecter le plus fidèlement possible la réalité des marchés financiers. Les agents jouant sur ce marché n'émettent donc plus des signaux simples (acheter ou vendre) mais des ordres tels qu'ils pourraient les passer sur des marchés financiers réels.

Un ordre est un triplet {direction, prix, quantité}, qui est l'expression d'un désir de la forme "Je désire acheter (direction) X actions (quantité) pour un maximum de Y euros l'unité (prix)". Ces ordres sont rangés dans une structure semblable à un tableau noir, appelée *carnet d'ordres*, qui est représentée par deux listes triées : d'un côté sont classées les offres par prix décroissants et de l'autre les demandes par prix croissants. Si deux ordres différents ont un prix associé qui est le même, une règle de priorité par date est appliquée : le premier ordre dans la liste est le premier à être entré dans le carnet. Lorsqu'un nouvel ordre est émis par un agent, deux cas sont possibles :

- S'il existe une contrepartie pour l'ordre émis dans le carnet, c'est à dire qu'il existe un ordre de direction opposée dont le prix est compatible avec celui de l'ordre nouvellement émis. Dans ce cas, une transaction a lieu entre les possesseurs de ces deux ordres qui échangent le maximum de titres possibles au prix défini par les ordres. Si un des deux ordres n'a pu être entièrement satisfait, c'est à dire qu'un des deux agents n'a pas obtenu ou vendu la totalité de la quantité de titres désirée, un nouvel ordre correspondant à la quantité non satisfaite est inséré dans le carnet.

- S'il n'existe pas de contrepartie pour l'ordre émis dans le carnet, l'ordre est inséré dans la liste correspondant à sa direction selon les priorités de prix et de date présentées précédemment.

Un exemple de fonctionnement du carnet d'ordres est présenté à la figure 8.

5.1.3. *Agents et temps de paroles*

Dans les modèles basés sur un modèle de microstructure de marché synchrone, le temps est discrétisé en pas de temps durant lesquelles les agents doivent prendre leurs

Soit un carnet d'ordres dans l'état suivant :

Ordres de vente		
Prix	Quantité	Agent
117	1500	A_2
112	3000	A_{12}
110	2500	A_4
105	1100	A_9
100	4000	A_3
97	1500	A_8
96	2000	A_{11}
92	9000	A_{13}
Ordres d'achat		

Si l'agent A_1 émet l'ordre d'achat :

106	800	A_1
-----	-----	-------

, il devient contrepartie de l'ordre de vente de A_9 . Une transaction se déroule alors entre A_1 et A_9 qui s'échangent 800 titres à 105 l'unité : A_9 reçoit 84000 euros et A_1 , 800 titres. A_9 étant vendeur de 1100 titres, un ordre est réinséré dans le carnet pour les 300 titres restants.

Après cette opération, l'agent A_5 émet l'ordre de vente :

107	7700	A_5
-----	------	-------

. Il n'existe pas de contrepartie pour cet ordre dans le carnet, il est donc inséré dans la liste des ordres de vente en respectant les priorités de prix. Le carnet, après l'émission de ces deux ordres se trouve dans l'état suivant :

Ordres de vente		
Prix	Quantité	Agent
117	1500	A_2
112	3000	A_{12}
110	2500	A_4
107	7700	A_5
105	300	A_9
100	4000	A_3
97	1500	A_8
96	2000	A_{11}
92	9000	A_{13}
Ordres d'achat		

Figure 8. Exemple de fonctionnement de notre modèle à carnet d'ordres

décisions. Ces décisions sont prises en parallèle, ce qui ne nécessite pas de modèle de gestion du temps particulier.

Dans notre modèle, basé sur un carnet d'ordres, donc asynchrone, la gestion du temps ne suit pas du tout la même logique : le système de cotation central n'agrège plus les décisions des agents à des pas de temps particulier, et les participants au marché doivent être libres de parler quand ils le veulent et de réagir le plus rapidement possible aux changements de leur environnement.

Dans les simulations, il faut donc simuler cet élément très important : les agents doivent pouvoir observer le carnet en continu et prendre leurs décisions en temps réel. C'est un problème classique dans les simulations multi-agents, spécialement quand le protocole de communication utilisé par les agents est assimilable à un tableau noir (cf par exemple (Carver *et al.*, 1994)). La méthode naïve consisterait à encapsuler chaque agent dans un *thread système*, qui est la méthode la plus simple pour simuler des processus travaillant en parallèle. Malheureusement, la gestion de ces threads est dépendante du système utilisé et leur comportement ne peut pas être garanti sur la plupart des systèmes. C'est un problème majeur : nos simulations doivent pouvoir être reproduites à l'identique et ne doivent pas être perturbées par d'autres processus s'exécutant sur le système les hébergeant.

La deuxième possibilité est de simuler le fonctionnement des threads, pour les garder sous contrôle et faire disparaître les problèmes précédemment cités. L'élaboration d'un *scheduler* personnalisé pourrait se résumer à donner la parole à chaque agent à tour de rôle. Cependant, dans notre système, le premier agent à parler bénéficie d'un énorme avantage sur les autres, puisqu'il peut intervenir sur le marché avant tous les autres et augmenter son profit au détriment de ses concurrents. Donner la parole aux agents dans un ordre non déterministe semble donc essentiel.

Malheureusement, cette gestion du temps dans les simulations n'est pas si simple : il existe de nombreuses manières pour donner la parole aux agents dans un ordre aléatoire. La première méthode consiste à donner l'opportunité à tous les agents de parler dans un ordre aléatoire. Si un agent bénéficie de cette possibilité, il ne pourra plus parler à nouveau avant que tous les autres aient eu la possibilité de parler. Cette méthode garantit une équité du temps de parole entre les agents, mais interdit à un agent de parler deux fois consécutivement, ce qui n'est pas réaliste.

La deuxième méthode consiste à donner la parole à un agent tiré au hasard sans se soucier du fait qu'il ait déjà parlé précédemment ou non. L'inconvénient de cette méthode est que certains agents peuvent être hors du marché (n'ont jamais l'opportunité de parler) à cause du générateur aléatoire utilisé dans le scheduler. Cependant, cette situation est plus réaliste que la précédente : sur les marchés réels, certains agents sont très actifs tandis que d'autres interagissent très peu avec le marché.

Nous utilisons donc dans notre plateforme un tirage aléatoire avec remise : interroger dans les agents dans un ordre aléatoire permet de garantir une équité de chances de gains aux agents, tandis que la remise permet de capturer le fait que, sur les marchés

financiers, certains agents ont plus d'opportunité d'intervention sur le marché que les autres.

5.1.4. *Le modèle de comportement*

Dans cette étude, notre but principal est d'analyser l'influence d'un modèle de marché réaliste, basé sur les interactions, sur les dynamiques de prix en opposition aux modèles équationnels classiquement utilisés. Pour tester notre modèle, il est primordial de disposer d'agents interagissant à travers notre marché artificiel pour s'échanger des titres. Cependant, afin de mieux comprendre les conséquences de la structure des interactions sur les dynamiques de prix, il paraît essentiel que les stratégies de ces agents soient les plus simples possibles : en effet, en utilisant des agents cognitifs comme ceux présentés à la section 4.3, il est extrêmement complexe d'identifier quelle partie du modèle influence les résultats obtenus. Les propriétés statistiques des séries temporelles obtenues en sortie de la simulation peuvent être dues aux comportements des agents, au moteur d'information choisi pour modéliser le monde extérieur, à la micro-structure du marché ou à une combinaison de ces trois composants. Nous avons donc choisi de développer un comportement d'agent simple afin de maîtriser au maximum son influence sur les résultats obtenus en sortie des simulations.

Bien que nous ayons la volonté de développer un comportement d'agent le plus simple possible pour les raisons énoncées précédemment, cet agent doit se plier aux règles de notre marché artificiel, c'est à dire qu'il doit émettre des ordres complets sous la forme {direction, prix, quantité}. En nous basant sur les travaux de (Gode *et al.*, 1993), nous avons élaboré un comportement de *zero intelligence trader*, dont la stratégie consiste à passer des ordres aléatoirement, sans tenir compte de ses performances. Ce type de comportement, purement réactif, en opposition totale avec les comportements inductifs présentés en 4.3, permet de simuler un marché sans faire d'hypothèses sur les comportements des agents.

Chaque fois qu'il est interrogé et a la possibilité de passer un nouvel ordre, notre agent prend une décision en se basant sur les règles suivantes :

- Si un des deux côtés du carnet d'ordres est vide, l'agent émet un nouvel ordre de direction correspondant à ce côté, pour un prix tiré aléatoirement selon une loi uniforme dans $[1, +\infty[$. Cette règle est nécessaire pour permettre un remplissage du carnet d'ordres au début de la simulation.

- Si ce n'est pas le cas, les agents choisissent aléatoirement entre émettre un *ordre de marché* ou un *ordre limite* :

- Un *ordre de marché* est un ordre qui correspond à la meilleure limite d'un des côtés du carnet d'ordres. En pratique, cela signifie qu'un agent tire au hasard une direction (achat ou vente) et émet un ordre dont le prix est égal à la meilleure limite du côté opposé à la direction tirée. En d'autres mots, il s'agit d'un ordre qui correspond à *acheter ou vendre à n'importe quel prix*. La quantité associée à cet ordre est tirée aléatoirement et uniformément dans $[1, +\infty[$.

- Pour émettre un *ordre limite* (c'est à dire un ordre "classique"), l'agent choisit aléatoirement une direction, et en fonction de celui-ci tire aléatoirement un prix dans [meilleure limite côté acheteur, $+\infty$ [pour un ordre à la vente et dans [1, meilleure limite côté vendeur] pour un ordre à l'achat.

Le comportement des agents est ici très simple, voir simpliste. Néanmoins, nous montrons dans les sections suivantes que ce comportement suffit pour voir émerger un grand nombre de faits stylisés.

5.1.5. *Le moteur d'information*

Comme nous l'avons rappelé précédemment, le but de cette étude est de mettre en évidence l'importance du modèle de marché choisi dans les simulations multi-agents de marché financiers. Pour mettre en évidence son influence sur les dynamiques de prix, il n'est donc pas envisageable d'utiliser des comportements trop complexes. Notre comportement "test", présenté à la section 5.1.4, abonde dans ce sens : étant purement réactif à l'état du carnet d'ordres, il n'utilise pas de modèle d'information pour prendre en compte ce qui se passe à l'extérieur du marché. Cette propriété permet d'obtenir un marché clos, où tout est endogène. En éliminant un des trois composant du marché (cf section 3), nous éliminons donc une des causes possibles de l'émergence de faits stylisés dans les dynamiques de prix de nos simulations, ce qui permet de restreindre le champs d'hypothèses envisageables quand à l'émergence de ces faits stylisés.

5.1.6. *Architecture générale de notre plateforme*

La figure 9 présente un schéma UML résumé de l'ensemble de notre plateforme de simulation. Il est possible d'y distinguer le découpage en trois modules présenté précédemment : les agents, le modèle de marché, et le moteur d'informations, chacun disposant de plusieurs implémentations. Ce découpage permet de tester différentes théories ou hypothèse sur chaque module, indépendamment des deux autres, sans avoir à modifier l'ensemble du modèle de marché. Il est par exemple possible d'étudier l'effet du moteur d'information choisi (ConstantWorld, RandomWalkWorld ou SinusoidalWorld) sur un comportement fixé (FundamentalistAgent) jouant sur un marché ayant une microstructure spécifique (OrderBookMarket).

5.2. *Résultats*

Nous avons vu à la section 4.4 quels types de faits stylisés peuvent être reproduits avec les modèles multi-agents utilisant une équation comme modèle de marché central. Cette section présente les résultats obtenus avec notre modèle basé sur les interactions. Pour permettre une comparaison des deux approches, nous utilisons dans la mesure du possible les mêmes tests statistiques que dans les articles pré-cités.

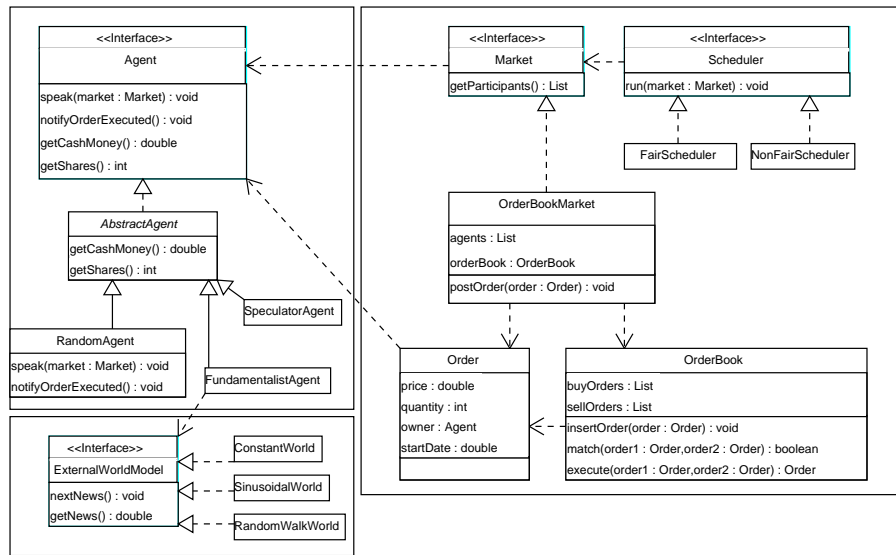


Figure 9. Architecture UML simplifiée de notre plateforme de simulation

Nos expériences⁶ sont réalisées avec 1000 agents et durent environ 20000 pas de temps. Ces informations sont données à titre purement indicatif : les expériences peuvent être réalisées avec un nombre d'agents plus important, la seule limite étant le temps pris par la simulation pour se dérouler et la mémoire requise pour garder une trace de toutes les actions des agents. Des simulations large-échelle peuvent être envisagées avec notre plateforme de simulation, mais le nombre d'agents n'a pas d'impact significatif sur la qualité des résultats.

Description	Valeur
Excess kurtosis	4.52
Augmented Dickey-Fuller	-20.47
ARCH	100%

Tableau 4. Résultats de différents tests statistiques obtenus avec notre modèle

Nous avons vu dans la section 2.3.2 et 4.4 que la forme de la distribution des rendements doit suivre une loi ressemblant à une normale mais avec une kurtosis d'environ 4, signifiant que la distribution exhibe des queues épaisses. Nous pouvons voir

⁶La plateforme de simulation utilisée est disponible sur simple demande aux auteurs

Description	Value
Excess kurtosis	4.52
Augmented Dickey-Fuller	-20.47
ARCH	100%

Tableau 5. Résultats de tests statistiques appliqués aux séries de prix obtenues avec notre modèle

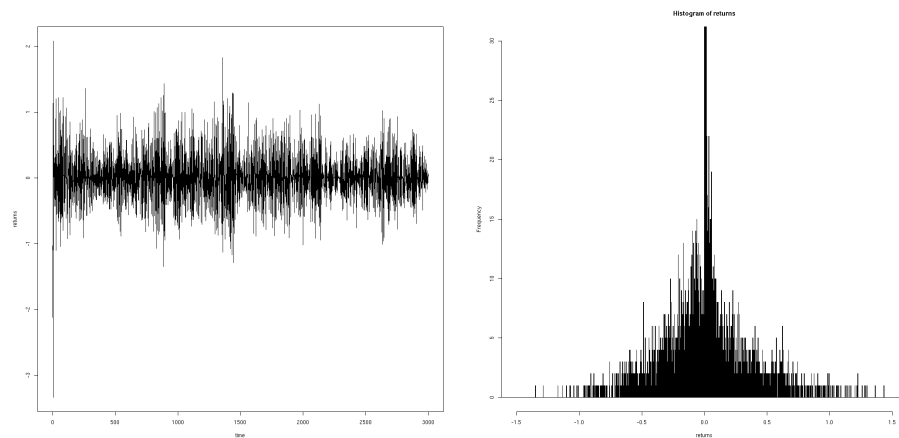


Figure 10. Rendements obtenus avec notre modèle et leur distribution

à la table 4 que les séries générées expérimentalement par notre modèle présentent une kurtosis moyenne de 4.52, ce qui est un très bon résultat si on le compare avec les valeurs obtenues sur des séries réelles (cf table 1). De plus ce résultat est meilleur que ceux obtenus dans (LeBaron *et al.*, 1999) (cf table 2). La figure 10 montre les rendements obtenus avec notre modèle et leur distribution : ils sont très similaires à ceux observables sur les marchés réels (cf figure 2) et exhibent les mêmes propriétés : on observe très nettement les queues épaisses de la distribution des rendements et du clustering de volatilité sur la série des rendements.

Nous avons vu précédemment que, sur les marchés financiers réels, les rendement n'exhibent pas d'auto-corrélation significative, mais qu'en prenant leur valeur absolue, il existe une auto-corrélation à court terme, qui décroît rapidement plus l'échelle de temps utilisée pour calculer cette corrélation augmente. La figure 11 présente le tracé de la fonction d'auto-corrélation des rendements et de leur valeur absolue : en les comparant à celles obtenues avec des données réelles (cf 3), il est visible que les propriétés des rendements obtenus avec notre modèle sont similaires à celles qui peuvent être observées dans la réalité. Cette validation graphique peut être renforcée

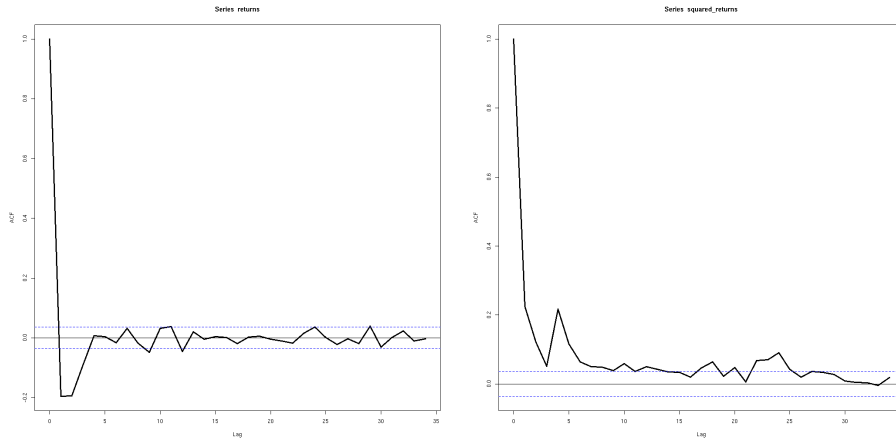


Figure 11. Fonction d'auto-corrélation des rendements obtenus avec notre modèle et de leur valeur absolue

par les résultats obtenus avec le test de l'*Augmented Dickey-Fuller* qui, pour une série de données expérimentales, teste l'hypothèse "La série possède une racine unitaire". Nous pouvons voir à la table 5 que cette hypothèse est rejetée avec un très fort taux de confiance, comme c'est le cas avec des données réelles (cf table 1).

Nous avons vu dans cette section que le réalisme des résultats obtenus avec notre modèle asynchrone et continu sont aussi bons que ceux obtenus dans (LeBaron *et al.*, 1999), (Cincotti *et al.*, 2006) ou (Ghoulmie *et al.*, 2005). Ils sont même meilleurs qualitativement, notamment concernant la mesure de la kurtosis qui est très proche avec notre modèle de celle observée sur les marchés réels. Ces résultats montrent que notre modèle de marché réaliste, asynchrone et continu est à même de reproduire les faits stylisés les plus courants sur les marchés financiers, avec un degré de réalisme supérieur aux résultats obtenus avec des modèles équationnels. De plus, l'utilisation de comportements simples, qui ne se servent pas d'un modèle d'information pour prendre leur décision, nous permet d'isoler la microstructure du marché et de supposer qu'elle joue un grand rôle dans l'émergence des faits stylisés sur les marchés réels.

6. Conclusion

Nous avons présenté dans cet article deux méthodologies différentes de conception de modèles de marchés artificiels : la première, basée sur l'utilisation d'une équation centrale pour agréger les décisions des agents, est proche des modèles macroscopiques utilisés en finance pour modéliser le fonctionnement des marchés, malgré l'utilisation d'agents artificiels. La seconde, notre approche, se différencie par sa proximité avec la réalité des marchés dans le sens où elle capture les mécanismes d'interactions qui permettent aux agents de s'échanger des actions. Cette différence se situe principa-

lement au niveau de la temporalité des interactions : dans le premier cas, les agents prennent leurs décisions de manière synchrone à chaque itération, tandis que dans le deuxième, les agents émettent des ordres de manière asynchrone tout en observant le marché de manière continue, à la manière de fourmis échangeant des informations par l'intermédiaire de phéromones au travers de leur environnement.

Pour valider notre modèle, nous avons utilisé des agents dotés de comportements les plus simples possibles afin de mettre en avant l'importance du modèle de marché choisi. Cette importance se traduit par son impact sur les dynamiques de prix obtenues par simulation : avec les modèles équationnels, il est nécessaire d'utiliser des agents complexes, utilisant des modèles d'apprentissage et des informations exogènes au marché pour obtenir des résultats réalistes, tandis qu'avec notre modèle basé sur un carnet d'ordres, il suffit d'agents très simples pour reproduire les dynamiques de prix observables dans la réalité.

Nous avons également vu que les simulations de marchés financiers peuvent être plus ou moins agents : même si dans les modèles classiques des agents s'échangent des titres au travers du marché, ils le font au travers d'une équation reflétant une loi macroscopique, ce qui n'est pas le cas de notre modèle qui décrit uniquement les phénomènes microscopiques et donne de meilleurs résultats. L'apport d'une expertise multi-agents pour la modélisation de ce genre de système complexe est donc un plus indéniable.

Concernant la simulation des systèmes complexes, cette étude nous permet de montrer l'importance de la prise en compte des interactions locales dans les systèmes multi-agents : il n'est pas envisageable d'utiliser des lois provenant de l'expertise macroscopique d'un système (telle que la loi de l'offre et de la demande) pour en faire une simulation microscopique.

Cette étude, en plus d'une approche originale et réaliste de la modélisation des marchés, apporte un résultat important en finance : la microstructure du marché, c'est à dire le carnet d'ordres, semble avoir une place extrêmement importante dans l'émergence des faits stylisés. Le fait que nous ayons utilisé des comportements très simples pour aboutir à ce résultat montre qu'il n'est pas nécessaire que les agents économiques soient forcément doués de très grandes capacités cognitives alors que cette hypothèse est très souvent faite en finance.

L'obtention de ces résultats a été permis par le développement d'une plateforme dédiée à la simulation multi-agents de marchés financiers, le MMM. Notre plateforme est architecturée de manière modulaire et intègre des techniques multi-agents adaptées à la simulation des marchés (tableau noir, scheduler, etc), ce qui permet de tester une très grande variété d'hypothèses et de théories sur les différents éléments composant un marché financier.

Bien que nous ayons montré que la microstructure de marché occupe une grande importance dans l'émergence des faits stylisés, leur origine ne peut être réduite à un effet purement structurel. Il convient donc maintenant d'étudier l'impact d'agents dotés de comportements plus développés, se basant sur différents modèles du monde

extérieur pour prendre leurs décisions, ce qui sera facilité par l'architecture modulaire de notre plateforme.

7. Bibliographie

- Arthur B., « Inductive Reasoning and Bounded Rationality : the El-Farol Problem », *American Economic Review*, vol. 84, p. 406-417, 1994.
- Bachelier L., *Théorie de la Spéculation*, 1900.
- Bera A. K., Jarque C. M., « Efficient tests for normality, homoscedasticity and serial independence of regression residuals », *Economic Letters*, vol. 6, p. 255-259, 1980.
- Carver N., Lesser V., « The Evolution of Blackboard Control Architectures », *Expert Systems with Applications*, vol. 7, p. 1-30, 1994.
- Cincotti S., Ponta L., Pastore S., « Information-based multi-assets artificial stock market with heterogeneous agents », *Workshop on the Economics of Heterogeneous Interacting Agents 2006 WEHIA06*, 2006.
- Engle R. F., « GARCH 101 : The Use of ARCH/GARCH Models in Applied Econometrics », *Journal of Economic Perspectives*, vol. 15, p. 157-168, 2001.
- Englemore R., Morgan T., *Blackboard Systems*, 1988.
- Ghoulmie F., Cont R., Nadal J., « Heterogeneity and feedback in an agent-based market model », *Journal of Physics : Condensed Matter*, vol. 17, p. 1259-1268, 2005.
- Gode D. K., Sunder S., « Allocative Efficiency of Markets with Zero-Intelligence Traders : Market as a Partial Substitute for Individual Rationality », *Journal of Political Economy*, vol. 101, p. 119-137, 1993.
- LeBaron B., Arthur W., Palmer R., « Time Series Properties of an Artificial Stock Market », *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 23, p. 1487-1516, 1999.
- Mandelbrot B., *The (Mis)Behavior of Markets. A Fractal view of Risk, Ruin and Reward*, 2004.
- Marchesi M., Cincotti S., Focardi S. M., Raberto M., *The Genoa artificial stock market : microstructure and simulation*, vol. 521 of *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Springer edn, p. 277-289, 2003.
- Palmer R., Arthur W., Holland J., LeBaron B., Tayler P., « Artificial Economic Life : A Simple Model of a Stockmarket », *Physica D*, vol. 75, p. 264-274, 1994.