

---

# La maximisation du bien-être utilitaire des sociétés d'agents

**Antoine Nongillard<sup>\*,\*\*</sup> – Philippe Mathieu<sup>\*</sup> – Brigitte Jaumard<sup>\*\*\*</sup>**

<sup>\*</sup> *Université Lille 1 - Sciences et Technologies  
LIFL, 59650 Villeneuve d'Ascq, France  
prénom.nom@lifl.fr*

<sup>\*\*</sup> *Dept. Computer Science and Software Engineering*  
<sup>\*\*\*</sup> *Concordia Institute for Information System Engineering  
Concordia University  
Montreal (QC) H3G 1M8, Canada  
bjaumard@ciise.concordia.ca*

---

*RÉSUMÉ. Nous considérons ici le problème d'allocation de ressources au sein d'un ensemble d'entités. Les approches centralisées souvent utilisées pour résoudre ce problème nécessitent par exemple que toutes les entités publient leurs préférences, ce qui nuit à la confidentialité de ces données. Alternativement, l'approche décentralisée proposée ici est plus flexible. Cette approche, basée sur des négociations entre agents, peut s'appuyer sur n'importe quel genre de réseau d'accointances et utiliser n'importe quelle valeur d'utilité. Pour cela, nous étudions différents comportements d'agents afin d'identifier ceux permettant l'émergence d'une allocation optimale.*

*ABSTRACT. In this study, we consider the resource allocation problem within an entity set. Centralized approaches that are often used to solve such allocation problems have several important drawbacks. For instance, they require that the entities publish their own preferences, which compromise the privacy of these data. At the opposite, the provided decentralized approach is more flexible. This approach, which is based on negotiations among agents, can be applied with any kind of contact network and any range for the utility values. For this purpose, we study various agent behaviors in order to identify which one leads to the optimal resource allocation required, thanks to an emergent phenomenon.*

*MOTS-CLÉS : allocation de ressources, algorithme distribué, négociation, émergence.*

*KEYWORDS: resource allocation, distributed algorithm, negotiation, emergent phenomenon.*

---

## 1. Introduction

Le problème d'allocation de ressources est étudié depuis longtemps, aussi bien de manière centralisée que de manière distribuée. Les approches centralisées abordent le problème d'allocation de ressources comme un problème d'optimisation. Dans ces études, les entités reportent leurs préférences sur les ressources à une entité centrale, à la manière d'un commissaire-priseur, qui détermine alors l'allocation de ressources optimale. Différents auteurs suggèrent des modèles de transactions pour des types d'enchères donnés (Bellosta *et al.*, 2006, Sandholm, 2002). Dans (Petcu *et al.*, 2006), les auteurs modélisent le problème d'allocation comme un problème d'optimisation aux contraintes distribuées. Ils se focalisent sur la manipulation du mécanisme de révélation d'informations et proposent une implémentation évitant ce phénomène. Ces approches centralisées ont cependant d'importants inconvénients. La connaissance de l'ensemble des informations est requise, alors que de nos jours, les gens acceptent de moins en moins de révéler leurs informations personnelles. Ces approches centralisées déterminent la meilleure allocation et allouent les ressources en conséquence. Elles se basent sur l'hypothèse implicite qu'une entité est capable de communiquer avec toutes les autres entités du système. Cette hypothèse n'est pas réaliste dans la plupart des applications. De ce fait, l'allocation fournie peut, en pratique, ne pas être atteignable selon les transactions utilisées ou selon les relations entre les agents. Les approches centralisées manquent également d'adaptabilité : une petite variation dans les données, comme par exemple un nouvel agent qui entre dans le système, mène à un redémarrage du processus de résolution.

Les approches décentralisées s'appuient sur des négociations entre agents autonomes (Ferber, 1995, Woolridge, 2001). Un certain nombre de travaux s'intéresse à des propriétés mathématiques comme l'existence ou non de séquences de transactions menant à une allocation optimale (Sandholm, 1998) ou au nombre de transactions nécessaires pour atteindre un optimum (Dunne, 2005). Les classes de fonctions d'utilité ou les fonctions de paiement ont été étudiées afin de concevoir des processus de négociation qui convergent (Chevalyere *et al.*, 2005). D'autres étudient l'influence des critères d'acceptabilité et des propriétés des transactions (Endriss *et al.*, 2006). Ils déterminent quelles sont les transactions nécessaires et suffisantes pour atteindre une allocation optimale. Des comportements d'agents ont également été définis à partir de l'identification des conditions de négociations favorisant les transactions équitables (Estivie *et al.*, 2006). L'absence d'envie durant les processus de négociation a aussi été étudiée (Bouveret *et al.*, 2005, Chevalyere *et al.*, 2007). Des protocoles de négociations ont également été conçus dans (Saha *et al.*, 2007) où les processus de négociations mènent à des allocations Pareto optimales. Dans chacune de ces études, les possibilités de communication des agents sont toujours supposées totales.

Dans cette étude, nous introduisons la notion de réseau d'accointances et insistons sur la manière dont les ressources passent de main en main. En effet, notre but n'est pas simplement de déterminer l'allocation optimale, mais également la manière d'y arriver. Pour cela, nous utilisons un graphe d'accointances qui représente les relations entre les agents. Les possibilités de communication des agents sont alors définies par

la topologie du réseau d'accointances considéré. Nous supposons que ce réseau d'accointances peut correspondre à n'importe quel type de graphe connexe, allant des graphes complets aux graphes petit-monde (Albert *et al.*, 2002), incluant les graphes structurés comme les arbres, les anneaux ou les grilles. L'approche distribuée que nous proposons peut ainsi être utilisée pour résoudre des problèmes comme le routage égoïste avec des informations incomplètes (Gairing *et al.*, 2008), l'auto-organisation et l'auto-gestion des réseaux (Wang *et al.*, 2005), ou encore le problème de stockage de ressources dans les réseaux pair-à-pair (Camorlinga *et al.*, 2004). Nous cherchons ici à concevoir le comportement individuel le plus simple et le plus efficace, fidèles au rasoir d'Occam, afin de favoriser les performances de notre approche. Dans ce but, seules les transactions bilatérales sont considérées. Nous nous concentrons dans cette étude sur le bien-être utilitaire et nous cherchons à définir le comportement des agents qui mène un processus de négociation, pouvant être basé sur n'importe quel type de réseau d'accointances, à une allocation socialement optimale. Celle-ci peut alors être vue comme un phénomène émergent.

La section 3 décrit une solution centralisée pour la valeur de bien-être utilitaire optimal. Ensuite, la section 4 présente les caractéristiques de l'approche distribuée : les transactions, les politiques de négociations et les comportements d'agents. La section 5 décrit le protocole expérimental et discute également des problèmes relatifs à l'évaluation d'un processus de négociation. Enfin, la section 6 analyse les résultats obtenus et décrit les meilleures politiques selon les types de réseaux d'accointances considérés.

## 2. L'allocation de ressources multi-agents

### 2.1. Notations

Le problème d'allocation de ressources multi-agents est défini par une population d'agents  $\mathcal{P} = \{a_1, \dots, a_n\}$  et un ensemble de ressources  $\mathcal{R} = \{r_1, \dots, r_m\}$  que l'on suppose non consommables, non partageables et indivisibles. Chaque agent  $a \in \mathcal{P}$  possède un panier de ressources, noté  $\mathcal{R}_a$ . Une allocation de ressources est un partitionnement des ressources de  $\mathcal{R}$  parmi les agents de la population  $\mathcal{P}$ . Notons  $\mathcal{A}$  l'ensemble de toutes les allocations de ressources possibles. Une allocation de ressources  $A$  peut être décrite à partir des paniers de ressources de chaque agent :

$$A = [\mathcal{R}_1, \dots, \mathcal{R}_n] \quad a_1, \dots, a_n \in \mathcal{P}.$$

Les préférences des agents sont décrites au moyen d'une fonction d'utilité, qui associe une valeur à chacune des ressources disponibles. Plus une valeur d'utilité est élevée, plus la ressource correspondante a d'importance pour l'agent.

$$u_a : \mathcal{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad a \in \mathcal{P}.$$

Ces fonctions d'utilité sont supposées normalisées et additives. Elles vérifient donc les propriétés suivantes :

$$\begin{aligned} \text{normalisée} &\iff u'_a(\emptyset) = 0, & a \in \mathcal{P} \\ \text{additive} &\iff u'_a(\mathcal{R}_a) = \sum_{r \in \mathcal{R}_a} u_a(r), & a \in \mathcal{P} \end{aligned}$$

Les fonctions  $u$  et  $u'$  sont utilisées dans le même but. Bien que leur définition mathématique soit différente, nous utilisons indistinctement  $u$  pour simplifier les notations. Notons que les valeurs des fonctions d'utilité peuvent être aussi bien positives que négatives. Lorsque la valeur d'utilité est négative, on ne parle plus de ressource, mais de tâche.

## 2.2. Bien-être social

Une allocation de ressources est souvent évaluée selon les notions de la théorie du bien-être social (Arrow *et al.*, 2002, Moulin, 1986). Ces notions, qui proviennent de l'économie, sont largement utilisées pour évaluer un système multi-agent comme un ensemble. Différentes fonctions peuvent être utilisées pour mesurer le bien-être social d'une communauté d'agents, mais dans le cadre de cette étude, nous nous concentrons uniquement sur le bien-être utilitaire. On parle de bien-être individuel au sujet d'un agent, qui correspond à la valeur de la fonction d'utilité associée à son panier de ressources, et de bien-être social (ou bien-être utilitaire dans cette étude) au sujet de la communauté.

**Définition 2.1** (Bien-être utilitaire). Le bien-être utilitaire d'une allocation de ressources  $A$ , noté  $sw_u(A)$ , correspond à la somme de l'utilité de tous les agents :

$$sw_u(A) = \sum_{a \in \mathcal{P}} u_a(\mathcal{R}_a), \quad A \in \mathcal{A}.$$

Le bien-être utilitaire considère le bien-être de toute la communauté, sans prendre en compte le bien-être individuel. Un agent peut donc se retrouver sans ressource à la fin d'un processus de négociation. Ce cas survient en particulier lorsque pour chacune des ressources, il existe un autre agent qui lui associe une plus grande valeur d'utilité. Cette notion est facilement calculable, ce qui en fait la notion de bien-être la plus utilisée dans la littérature.

**Exemple 2.1.** Illustrons cette notion par un exemple. Considérons une population de 3 agents  $\mathcal{P} = \{a_1, a_2, a_3\}$  ainsi qu'un ensemble de six ressources  $\mathcal{R} = \{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6\}$  qui sont supposées indivisibles, non consommables et non partageables. Les préférences des agents sont exprimées au moyen de fonctions d'utilité additives, qui sont décrites dans le tableau 1.

Soit  $A = [\mathcal{R}_1, \mathcal{R}_2, \mathcal{R}_3]$  l'allocation de ressources courante. Le tableau 2 décrit les paniers de ressources de chacun des agents ainsi que leur bien-être individuel.

**Tableau 1.** Préférences des agents

Ressources	Agents		
	$a_1$	$a_2$	$a_3$
$r_1$	10	6	1
$r_2$	7	10	2
$r_3$	10	3	1
$r_4$	9	4	2
$r_5$	2	8	1
$r_6$	1	6	3

**Tableau 2.** Utilité des agents

Agent $a$	Panier de ressources $\mathcal{R}_a$	Utilité associée $u_a(\mathcal{R}_a)$
$a_1$	$\mathcal{R}_1 = \{r_2, r_5\}$	$u_1(\mathcal{R}_1) = 7 + 2 = 9$
$a_2$	$\mathcal{R}_2 = \{r_1\}$	$u_2(\mathcal{R}_2) = 6$
$a_3$	$\mathcal{R}_3 = \{r_3, r_4, r_6\}$	$u_3(\mathcal{R}_3) = 1 + 2 + 3 = 6$

A partir de cette allocation de ressources et des préférences des agents définies dans le tableau 1, le bien-être utilitaire peut être calculé comme suit :

$$sw_u(A) = \sum_{a \in \mathcal{P}} u_a(\mathcal{R}_a) = u_1(\mathcal{R}_1) + u_2(\mathcal{R}_2) + u_3(\mathcal{R}_3) = 9 + 6 + 6 = 21.$$

### 3. Approche centralisée

Le problème d'allocation de ressources peut évidemment se résoudre en utilisant des approches centralisées. De telles approches allouent simplement les ressources aux agents, tout en maximisant la fonction de bien-être social considérée. Cependant, ces approches centralisées ne prennent en compte ni les possibilités de communication des agents, ni la confidentialité des informations des agents, ni la séquence de transactions nécessaire. La valeur sociale donnée par ces approches correspond à un optimum global.

**Définition 3.1** (Optimum global). Une allocation de ressources  $A$  est un optimum global si il n'existe aucune autre allocation de ressources  $A'$  associée à une plus grande valeur de bien-être social.

$$\nexists A' \quad sw_u(A') > sw_u(A) \quad A, A' \in \mathcal{A} \text{ tels que } A \neq A'.$$

Un optimum global est indépendant des transactions autorisées entre les agents et peut ne pas être atteignable selon celles-ci. De plus, la valeur sociale associée à un optimum global est unique, mais peut correspondre à plusieurs allocations de ressources distinctes.

La maximisation du bien-être utilitaire peut être facilement modélisée par un système d'équations utilisant les variables  $x_{ra}$  ( $r \in \mathcal{R}, a \in \mathcal{P}$ ). Ces variables traduisent la possession d'une ressource  $r$  par un agent  $a$ .

$$x_{ra} = \begin{cases} 1 & \text{si l'agent } a \text{ possède la ressource } r \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad r \in \mathcal{R}, a \in \mathcal{P}.$$

Ainsi, l'allocation de ressources maximisant le bien-être utilitaire peut se définir à l'aide du système équationnel suivant :

$$sw_u^* = \begin{cases} \max \sum_{a \in \mathcal{P}} \sum_{r \in \mathcal{R}} u_a(r) x_{ra} \\ \text{tel que : } \sum_{a \in \mathcal{P}} x_{ra} = 1 & r \in \mathcal{R} \\ x_{ra} \in \{0, 1\} & r \in \mathcal{R}, a \in \mathcal{P}. \end{cases} \quad [1]$$

**Proposition 3.1** (Optimum global et allocation des ressources). *Dans une allocation de ressources socialement optimale, chaque ressource est allouée à un des agents lui attribuant la plus grande valeur d'utilité, lorsque le bien-être utilitaire est considéré.*

*Démonstration.* Raisonnons par l'absurde. Considérons une allocation de ressources  $A$  correspondant à un optimum global, et que dans celle-ci, un agent  $a \in \mathcal{P}$  possède une ressource  $r \in \mathcal{R}$ .

Supposons maintenant qu'un autre agent  $a'$  associe à cette même ressource  $r$  une valeur d'utilité plus grande :

$$\exists r \in \mathcal{R} \text{ et } a, a' \in \mathcal{P} \text{ tels que } u_{a'}(r) > u_a(r).$$

Notons  $A'$  l'allocation de ressources dans laquelle la ressource  $r$  a été allouée à cet agent  $a'$ .

$$\begin{aligned} sw_u(A) &= \sum_{a \in \mathcal{P}} u_a(\mathcal{R}_a) \\ &= u_a(\mathcal{R}_a) + u_{a'}(\mathcal{R}_{a'}) + \dots \\ &< u_a(\mathcal{R}_a) - u_a(r) + u_{a'}(\mathcal{R}_{a'}) + u_{a'}(r) + \dots \\ &< sw_u(A'). \end{aligned}$$

Le bien-être utilitaire associé à  $A'$  est plus important que celui associé à  $A$ . L'allocation de ressources  $A$  ne peut donc correspondre à un optimum global. Ainsi, toute allocation de ressources n'allouant pas chacune des ressources à l'un des agents lui attribuant la plus grande valeur d'utilité n'est pas un optimum global.  $\square$

Une allocation satisfaisant le système équationnel [1] peut être trouvée aisément grâce à l'algorithme 1. Selon la proposition 3.1, cet algorithme alloue simplement chacune des ressources à un des agents qui lui associe la plus grande valeur d'utilité.

---

**Algorithme 1** Détermination centralisée d'une allocation de ressources optimale

---

```

1: Pour tout  $r \in \mathcal{R}$  faire
2:    $valeur \leftarrow 0$ 
3:   Pour tout  $a \in \mathcal{P}$  faire
4:     Si  $valeur < u_a(r)$  alors
5:        $a' \leftarrow a$ 
6:        $valeur \leftarrow u_a(r)$ 
7:     Fin Si
8:   Fin Pour
9:   Allouer  $r$  à  $a$ 
10: Fin Pour

```

---

#### 4. Négociations distribuées

Les approches distribuées sont basées sur des négociations entre agents et permettent d'éviter les inconvénients des approches centralisées. En effet, une allocation de ressources initiale évolue petit à petit grâce à des transactions locales entre les agents, jusqu'à l'émergence d'une allocation de ressources qui marque alors la fin du processus de négociation. Ces approches distribuées peuvent prendre en compte les différents aspects du problème tels que la confidentialité des informations ou les possibilités de communication des agents. Elles permettent également de garantir l'applicabilité de la solution trouvée.

Une transaction  $\delta_a^\Delta(A, A')$ , est initialisée par l'agent  $a \in \mathcal{P}$  et implique l'ensemble des agents de l'ensemble  $\Delta \subset \mathcal{P}$ . Une telle transaction est souvent définie dans la littérature par une paire d'allocations de ressources  $(A, A')$  décrivant respectivement l'état du système multi-agent avant et après cette transaction. En pratique, les agents n'ont pas une vue globale du système, et n'ont que des informations locales. Nous supposons qu'ils ne connaissent initialement que leurs propres préférences ainsi qu'une liste de leurs voisins. Une transaction doit donc être définie sur la base d'informations locales uniquement. Notons  $\mathcal{R}_{a \leftrightarrow a'}$  l'ensemble des ressources échangées entre les agents  $a$  et  $a'$  durant une transaction.

**Définition 4.1** (Transaction). Une transaction  $\delta_a^\Delta$ , initiée par l'agent  $a$  et impliquant les agents  $a', a'', \dots \in \Delta$ , est une liste d'ensembles de ressources échangées entre l'agent initiateur et chacun des participants.

$$\delta_a^\Delta = [\mathcal{R}_{a \leftrightarrow a'}, \mathcal{R}_{a \leftrightarrow a''}, \dots] \quad a \in \mathcal{P} \text{ et } a' \in \Delta \subset \mathcal{P}.$$

Les approches distribuées font évoluer l'allocation de ressources initiale par des transactions locales jusqu'à l'arrêt du processus de négociation. La valeur sociale associée à la meilleure allocation de ressources correspond à ce que nous appelons un optimum  $T$ -global.

**Définition 4.2** (Optimum  $T$ -global). Une allocation de ressource  $A$  est un optimum  $T$ -global si il n'existe pas de séquence de transactions, appartenant à l'ensemble des transactions autorisées  $T$ , menant à une allocation de ressources associée à une valeur sociale supérieure.

$$\nexists \delta_a^\Delta(A, A') \quad sw_u(A') > sw_u(A) \quad \delta \in T, \text{ et } A, A' \in \mathcal{A} \text{ tels que } A \neq A'.$$

#### 4.1. Le réseau d'accointances

Contrairement aux approches centralisées où un agent est supposé pouvoir parler à tous les autres agents, les approches centrées sur les individus peuvent prendre en compte les notions de voisinage et de réseau d'accointances. Le voisinage d'un agent  $a$ , noté  $\mathcal{N}_a$ , est la liste des voisins avec lesquels il lui est possible de parler. La plupart des études reposent sur l'hypothèse d'un réseau d'accointances symétrique et complet. Symétrique signifie que si l'agent  $a$  connaît l'agent  $a'$ , alors l'agent  $a'$  connaît également l'agent  $a$ . Un réseau d'accointances complet signifie qu'un agent peut communiquer avec n'importe quel autre agent du système. Cette hypothèse a des conséquences très importantes sur la circulation des ressources et sur la qualité des solutions obtenues, même si elle n'est pas très réaliste au regard de la majorité des applications. Par exemple, dans le cas d'un réseau social, une personne ne connaît qu'un sous-ensemble réduit des membres de la communauté. Dans cette étude, nous considérons que le réseau d'accointances peut être défini par n'importe quel graphe connexe, allant des graphes complets aux graphes petit-monde (Albert *et al.*, 2002, Bollobás, 2001), incluant également les graphes structurés comme les anneaux, les arbres ou les grilles.

Selon le type de transaction autorisées durant les négociations, un processus qui converge vers une allocation socialement optimale dans le cas d'un réseau d'accointances complet, peut très bien s'arrêter sur une allocation sous-optimale dans le cas d'un réseau d'accointances restreint. La connectivité moyenne d'un réseau d'accointances est définie ici comme le nombre moyen de voisins par agent.

#### 4.2. Les critères d'acceptabilité

Dans (Sandholm, 1998), l'auteur a prouvé qu'il existe toujours une séquence de transactions simples (achat d'une ressource) menant à une allocation optimale. Cependant l'existence d'une telle séquence ne signifie pas pour autant l'arrêt du processus de négociation sur un optimum. En effet, les agents doivent décider par eux-mêmes si une transaction est profitable ou non. Sans une conception appropriée, le processus de négociation ne peut s'arrêter, et aucune allocation de ressources ne peut en émerger. Le processus de négociation ne se termine qu'une fois qu'aucun agent de la communauté n'arrive plus à proposer une transaction acceptable. Les critères d'acceptabilité restreignent grandement l'ensemble des transactions possibles.

Supposons qu'à un instant donné, l'agent  $a$  initie une transaction  $\delta_a^\Delta(A, A')$  qui change l'allocation de ressources initiale  $A$  en une nouvelle allocation  $A'$ . Les paniers de ressources des agents avant et après la transaction sont respectivement notés  $\mathcal{R}_a$  et  $\mathcal{R}'_a$  ( $a \in \mathcal{P}$ ).

**Définition 4.3** (Agent rationnel). Un agent rationnel n'accepte que les transactions qui augmentent sa propre utilité.

Si l'agent  $a$  est rationnel, alors il n'acceptera une transaction que si la propriété suivante est vérifiée :

$$u_a(\mathcal{R}'_a) > u_a(\mathcal{R}_a) \quad a \in \mathcal{P}.$$

**Définition 4.4** (Transaction rationnelle). Une transaction rationnelle est une transaction dans laquelle tous les agents impliqués sont rationnels.

Si une transaction  $\delta_a^\Delta$  est rationnelle, alors elle n'est acceptable pour les agents impliqués que si les relations suivantes sont satisfaites :

$$u_a(\mathcal{R}'_a) > u_a(\mathcal{R}_a) \quad \text{et} \quad u_{a'}(\mathcal{R}'_{a'}) > u_{a'}(\mathcal{R}_{a'}) \quad a \in \mathcal{P} \text{ et } a' \in \Delta \subset \mathcal{P}.$$

L'utilisation de ce critère rend l'ensemble des transactions acceptables très restreint. L'allocation finalement obtenue au terme du processus de négociation peut être sévèrement sous-optimale.

La sociabilité est un autre critère d'acceptabilité potentiellement plus flexible. Il se base sur une évaluation locale de la variation du bien-être social considéré durant la transaction courante.

**Définition 4.5** (Agent social). Un agent social est un agent qui n'accepte que des transactions faisant augmenter la valeur du bien-être social.

**Définition 4.6** (Transaction sociale). Une transaction est dite sociale si elle fait augmenter la fonction de bien-être social considérée. Plus formellement, une transaction  $\delta_a^\Delta(A, A')$  est sociale si la propriété suivante est vérifiée :

$$sw_u(A') > sw_u(A) \quad A, A' \in \mathcal{A}.$$

Néanmoins en pratique, un agent ne connaît jamais la valeur du bien-être social. En effet, le calcul de cette valeur nécessite les valeurs d'utilité de tous les agents de la communauté, ce qui n'est pas possible localement. Cette information n'est cependant pas essentielle ! La seule chose importante pour un agent est de savoir si cette valeur sociale va augmenter. L'évolution de la valeur du bien-être social peut être déterminé sur la base d'informations locales. En effet, puisque seuls un nombre fini d'agents est impliqué dans la transaction courante, seul leurs ensembles de ressources, et donc leurs utilités, sont susceptibles d'évoluer. On peut considérer le reste du système comme constant. Par exemple, dans le cas d'une transaction n'impliquant que deux agents, ce critère vérifie la relation suivante :

$$\begin{aligned} sw_u(A') &> sw_u(A) \\ u_a(\mathcal{R}'_a) + u_{a'}(\mathcal{R}'_{a'}) + k &> u_a(\mathcal{R}_a) + u_{a'}(\mathcal{R}_{a'}) + k \\ u_a(\mathcal{R}'_a) + u_{a'}(\mathcal{R}'_{a'}) &> u_a(\mathcal{R}_a) + u_{a'}(\mathcal{R}_{a'}) \end{aligned}$$

**Proposition 4.1.** *Un processus de négociation basé sur des transactions rationnelles ou sur des transactions sociales se terminera après une séquence finie de transactions.*

*Démonstration.* Un problème d'allocation de  $m$  ressources parmi une population de  $n$  agents mène à un espace fini de solutions :  $|\mathcal{A}| = n^m$ . Ainsi l'ensemble d'allocations de ressources distinctes est fini même s'il est de taille exponentielle. Toutes transactions  $\delta$ , aussi bien rationnelles que sociales, mènent à une augmentation de la valeur du bien-être social par définition.

$$\delta_a^\Delta(A, A') \text{ rationnelle ou sociale} \implies sw_u(A') > sw_u(A)$$

Durant une séquence de ces transactions, il n'est donc pas possible de retourner à une allocation rencontrée précédemment : la valeur sociale correspondante ne serait pas strictement supérieure. Aucun cycle ne peut donc apparaître. Puisqu'aucun cycle ne peut apparaître et que le nombre d'allocations distinctes est fini, les processus de négociations s'arrêtent après un nombre fini d'étapes.  $\square$

### 4.3. Transactions et politiques de négociations

Cherchons maintenant à définir le meilleur comportement individuel. Notre objectif ici, fidèles au rasoir d'Occam, est d'exhiber le comportement le plus simple résolvant notre problème. Dans ce but, seules les transactions bilatérales seront considérées, c'est-à-dire les transactions n'impliquant que deux agents simultanément. Uniquement trois transactions bilatérales de base peuvent être définies, les autres transactions n'étant que des combinaisons de ces trois transactions de base. Dans chaque cas, la transaction  $\delta_a^{a'}$  est initiée par l'agent  $a$ , et implique un de ses voisins  $a' : a' \in \mathcal{N}_a$ . Chacun d'eux possède respectivement  $m_a$  et  $m_{a'}$  ressources dans son panier.

Considérons tout d'abord, le *don*. L'agent initiateur  $a$  peut donner une unique ressource à son voisin  $a'$ . Dans ce cas, seulement  $m_a$  dons sont possibles entre eux.

Ensuite, considérons l'*échange*. Chacun des agents fournit une ressource unique. C'est une transaction symétrique : le nombre de ressources par agent ne varie pas. Par conséquent, une solution optimale ne peut être atteinte que si l'allocation initiale et au moins une allocation optimale ont une distribution de ressources similaire.  $m_a \times m_{a'}$  échanges sont possibles entre ces deux agents.

Enfin, considérons l'*échange groupé* (EG). Chacun des agents peut fournir un sous-ensemble de son panier de ressources. Contrairement à l'échange, l'échange groupé peut être asymétrique et contient les deux transactions précédentes.  $2^{m_a+m_{a'}}$  échanges groupés sont possibles entre les agents  $a$  et  $a'$ . Cette transaction inclut l'échange et le don.

A partir de ces trois types élémentaires de transactions, trois politiques "pures", et une politique "mixte" sont définies. Les politiques pures n'utilisent qu'un seul type de transaction de base, tandis que la politique mixte autorise l'usage de transactions différentes au sein d'une même stratégie. La politique mixte qui peut être définie est l'*échange+don* (E+D). Selon cette politique, un agent essaie d'abord de trouver un échange acceptable, puis un don le cas échéant. La politique basée sur l'échange+don est également contenue dans celle basée sur l'échange groupé.

A partir de ces transactions et des critères d'acceptabilité présentés à la section 4.2, huit politiques de négociation peuvent être définies :

- |                         |                            |
|-------------------------|----------------------------|
| – don social            | – don rationnel            |
| – échange social        | – échange rationnel        |
| – échange+don social    | – échange+don rationnel    |
| – échange groupé social | – échange groupé rationnel |

#### 4.4. Les comportements d'agents

Les négociations peuvent être réalisées de différentes manières. Le comportement des agents a un impact important sur la qualité de l'allocation qui émerge du processus de négociation, sur la longueur des négociations et sur son coût.

Supposons qu'un agent  $a$  initie une négociation et fasse une offre à un de ses voisins  $a'$  en proposant une transaction  $\delta_a^{a'}$ . Si les deux agents trouvent la transaction acceptable, elle est alors appliquée. En revanche, si  $a'$  refuse l'offre qui lui a été faite, plusieurs alternatives peuvent être considérées par l'initiateur :

- mettre fin à la négociation,
- choisir un autre voisin à qui proposer la même ressource,
- choisir une autre ressource à proposer au même voisin.

Un agent qui peut changer le voisin avec qui il négocie a un comportement dit *fugace*, alors qu'il est qualifié de *figé* dans le cas contraire. Si l'agent peut changer la ressource qu'il propose durant la négociation, son comportement est dit *flexible* alors

qu'il est dit *borné* s'il se contente de proposer la même ressource. A partir de cet ensemble d'alternatives, quatre comportements sont définis dans les algorithmes 2, 3, 4, et 5.

---

**Algorithme 2** Comportement borné et figé de l'initiateur  $a$

---

- 1: Tri de son panier de ressources  $\mathcal{R}_a$  selon ses préférences
  - 2: Sélection aléatoire d'un voisin  $a'$
  - 3: Sélection de la ressource de plus faible utilité  $r$
  - 4: **Si** la transaction  $\delta$  est acceptable **alors**
  - 5:     Exécuter la transaction  $\delta$
  - 6:     Mettre fin à la négociation
  - 7: **Fin Si**
- 

---

**Algorithme 3** Comportement flexible et figé de l'initiateur  $a$

---

- 1: Tri de son panier de ressources  $\mathcal{R}_a$  selon ses préférences
  - 2: Sélection aléatoire d'un voisin  $a'$
  - 3: **Pour tout**  $r \in \mathcal{R}_a$  **faire**
  - 4:     **Si** la transaction  $\delta$  est acceptable **alors**
  - 5:         Exécuter la transaction  $\delta$
  - 6:         Mettre fin à la négociation
  - 7:     **Fin Si**
  - 8: **Fin Pour**
- 

---

**Algorithme 4** Comportement borné et fugace de l'initiateur  $a$

---

- 1: Tri de son panier de ressources  $\mathcal{R}_a$  selon ses préférences
  - 2: Sélection de la ressource de plus faible utilité  $r$
  - 3: **Pour tout**  $a' \in \mathcal{N}_a$  **faire**
  - 4:     **Si** la transaction  $\delta$  est acceptable **alors**
  - 5:         Exécuter la transaction  $\delta$
  - 6:         Mettre fin à la négociation
  - 7:     **Fin Si**
  - 8: **Fin Pour**
- 

Ces divers comportements ont été implémentés et évalués. Selon ces comportements, les agents débutent les négociations en suggérant les transactions qui leur sont le moins préjudiciables, c'est-à-dire celles qui impliquent les ressources pour lesquelles ils ont le moins d'intérêt. La comparaison de ces comportements montre que l'algorithme 5 donne systématiquement les meilleurs résultats. Seul ce comportement sera donc présenté dans la suite.

Ce comportement est fugace et flexible, donc l'agent-initiateur peut aussi bien changer le voisin impliqué que la ressource qu'il propose. Un tel comportement est "complet" : si une transaction acceptable est dans son voisinage, ce comportement permet à l'initiateur de l'exécuter. Cependant, cette complétude menant à de meilleurs résultats a un coût.

**Algorithme 5** Comportement flexible et fugace de l'initiateur  $a$ 

- 
- 1: Tri de son panier de ressources  $\mathcal{R}_a$  selon ses préférences
  - 2: **Pour tout**  $r \in \mathcal{R}_a$  **faire**
  - 3:   **Pour tout**  $a' \in \mathcal{N}_a$  **faire**
  - 4:     **Si** la transaction  $\delta$  est acceptable **alors**
  - 5:       Exécuter la transaction  $\delta$
  - 6:       Mettre fin à la négociation
  - 7:     **Fin Si**
  - 8:   **Fin Pour**
  - 9: **Fin Pour**
- 

**5. Les expérimentations****5.1. Le protocole expérimental**

Les expérimentations ont été réalisées sur des systèmes multi-agents de taille très variées. Pour chacune d'elles, différents types de réseaux d'accointances ont été créés, certains complets et d'autres Erdos-Renyi (Bollobás, 2001). Le degré moyen de connectivité de ces réseaux est  $\frac{n}{4}$ , ce qui signifie qu'un agent peut communiquer avec au plus 25 % de la population. Les ressources sont initialement distribuées de manière aléatoire. Pour chacune de ces configurations, de nombreux systèmes multi-agents ont été générés. Pour chaque ensemble de fonctions d'utilité, 100 jeux de données ont été exécutés à partir d'allocations de ressources initiales différentes, permettant ainsi de tester la robustesse des processus quant aux optima locaux. Les valeurs d'utilité sont comprises entre -50 et 50 :

$$u_a(r) \in [-50, 50] \quad \forall a \in \mathcal{P}, \forall r \in \mathcal{R}.$$

Pour chaque négociation, l'agent initiateur est défini aléatoirement. Il trie toujours son ensemble de ressources de manière croissante, selon ses préférences. On suppose que les agents, même s'ils ne sont pas rationnels, cherchent toujours à échanger les ressources qui ont la plus faible utilité en premier lieu. Les agents vont initier des négociations à tour de rôle et de manière uniforme : aucun agent ne peut parler deux fois si tous les autres agents n'ont pas parlé au moins une fois. Les agents acceptent ou refusent les transactions selon leur propre critère d'acceptabilité. Le processus de négociations s'arrête lorsque nul agent n'est en mesure de trouver une transaction acceptable dans son voisinage.

**5.2. Les critères d'évaluation**

L'influence du comportement des agents sur le processus global de négociation peut être évaluée selon différentes métriques présentées dans cette section.

– *le nombre de transactions réalisées* : c'est le nombre total de transactions qui sont effectuées durant le processus de négociation. Des négociations qui sont basées sur des transactions rationnelles, qui est un critère d'acceptabilité plus restrictif, s'arrêtent au bout d'un nombre de transactions plus faible que lorsque le processus est basé sur des transactions plus souples comme les transactions sociales.

– *le nombre de ressources échangées* : certaines transactions comme l'échange groupé tolèrent qu'un agent implique plusieurs ressources lors de la même transaction tandis que d'autres, comme le don, l'interdisent. Un échange groupé est équivalent à une séquence d'au moins deux dons, pour arriver à la même allocation de ressources.

– *le nombre de tours de parole* : c'est le nombre de fois où une négociation est initiée entre deux agents. Un comportement figé nécessitera un plus grand nombre de tours de parole durant le processus de négociation. Associé au nombre de transactions réalisées, le taux de négociations avortées peut être déduit.

– *le nombre de transactions proposées* : selon le comportement des agents, trouver une transaction acceptable est une tâche plus ou moins complexe. Un comportement flexible entraîne un plus grand nombre de transactions proposées durant un même tour de parole. Cette mesure donne donc une estimation de la longueur des négociations.

Ces mesures ne sont cependant pas suffisantes pour évaluer un processus de négociation. D'abord, une comparaison entre les valeurs de bien-être social obtenues par l'approche distribuée et celles obtenues par l'approche centralisée peut être faite. Une telle comparaison permet d'évaluer l'efficacité sociale des processus de négociations. En effet, un processus rapide et peu coûteux mais qui converge vers des allocations socialement très loin de l'optimum n'est pas intéressant. Ensuite, la sensibilité à l'allocation initiale peut être évaluée grâce à l'écart type entre les valeurs sociales obtenues. Un grand écart type signifie une grande sensibilité à l'allocation initiale, et donc que la qualité de la solution varie beaucoup en fonction de l'état initial du système. Il faut enfin s'assurer que les négociations se font en un temps raisonnable.

## **6. Analyse des résultats**

Dans cette section, les processus de négociations sont évalués selon les critères définis dans la section 5.2, et successivement basés sur des réseaux d'acointances complet dans un premier temps, puis sur des réseaux d'acointances Erdos-Renyi. Enfin, la complexité et les performances des processus de négociations sont enfin discutées.

### **6.1. Cas des réseaux d'acointances complet**

Dans le cas de réseaux d'acointances complet, l'agent initiateur peut parler avec n'importe quel autre agent de la communauté. Le tableau 3 décrit l'efficacité sociale des processus de négociation selon le genre de transaction autorisé, grâce à une comparaison entre les valeurs sociales obtenues via les négociations distribuées et celles

obtenues par une méthode centralisées. Le tableau 4 décrit quant à lui la sensibilité de ces processus par le biais de l'écart type entre les valeurs sociales des allocations de ressources finalement obtenues. Dans chacune de ces deux tables, les jeux de données sont caractérisés par  $n$ , le nombre d'agents de la communauté et  $m$ , le nombre total de ressources disponibles. Ainsi, un processus de négociation entre 50 agents et 500 ressources disponibles, basé sur des transactions échanges, s'arrête sur une allocation de ressources dont la valeur sociale représente 98,11 % de la valeur sociale optimale, avec un écart type de 0,01 %. Ce dernier signifie que selon l'allocation initiale, la valeur sociale de l'allocation obtenue au terme du processus de négociation peut varier de 0,01 %.

**Tableau 3.** *Efficacité sociale (%) sur des réseaux d'acointances complets*

$n$	$m$	Social				Rationnel			
		Don	Échange	E+D	EG	Don	Échange	E+D	EG
25	250	100	97.60	100	100	54.72	94.44	94.45	96.08
50	500	100	98.11	100	100	51.94	95.82	95.83	96.42
100	1000	100	98.53	100	100	51.02	97.04	97.04	97.07

**Tableau 4.** *Écart type (%) sur des réseaux d'acointances complets*

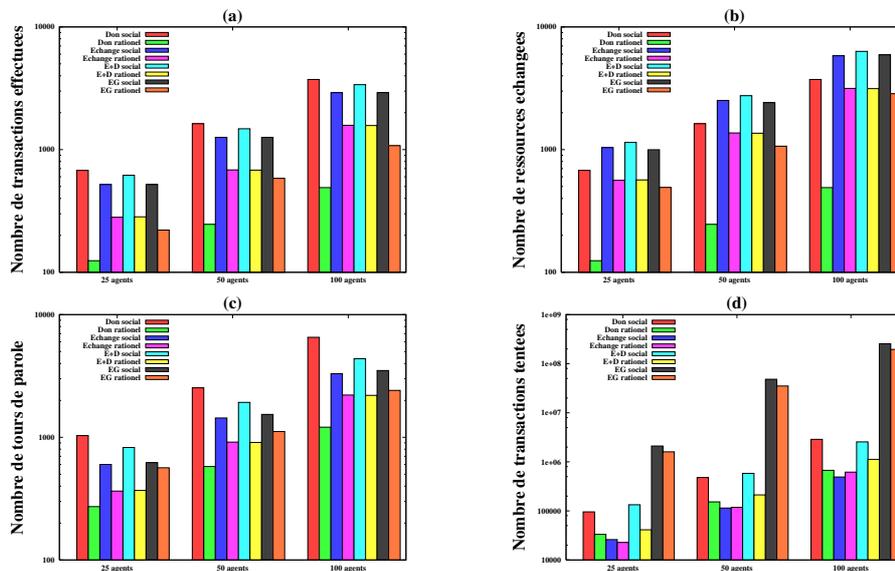
$n$	$m$	Social				Rationnel			
		Don	Échange	E+D	EG	Don	Échange	E+D	EG
25	250	0	0.01	0	0	0.13	0.03	0.03	0.1
50	500	0	0.01	0	0	0.09	0.01	0.01	0.08
100	1000	0	0.0	0	0	0.08	0.0	0.01	0.06

Les tableaux 3 et 4 montrent que différentes politiques mènent toujours à des allocations de ressources socialement optimales. Elles ont évidemment un écart type nul. La plus simple de ces politiques est le don social. Celles basées sur l'échange groupé et l'échange+don contiennent le don, et donc leurs utilisations mènent à des coûts supplémentaires en termes de transactions proposées et de temps de calcul. En particulier, la politique basée sur l'échange groupé mène à un nombre exponentiel de transactions proposées.

De manière générale, les politiques rationnelles n'atteignent jamais une allocation socialement optimale, et s'arrêtent sur des allocations socialement plus éloignées de l'optimum global. La politique du don rationnel obtient de mauvais résultats au niveau de l'efficacité ( $\simeq 50\%$ ) même si la sensibilité reste faible. Cela s'explique par le fait que les agents n'ont la possibilité que de négocier des ressources qu'ils associent à des valeurs d'utilité négatives. L'allocation de ressources initiale n'a pratiquement aucune influence sur la qualité de la solution. Le réseau d'acointances complet permet une

circulation des ressources importantes, les processus de négociations sont donc très robustes.

La figure 1 détaille les coûts des processus de négociation selon les transactions employées, en termes de transactions réalisées (a), de ressources échangées (b), de tours de parole (c) et de transactions proposées (d). Dans chacune des sous-figures, trois populations de taille différente sont évaluées, et pour chacune d'elle le coût est indiqué selon la transaction considérée.



**Figure 1.** Coût des négociations selon les transactions utilisées et les critères considérés

La figure 1(a) montre que les processus de négociation basés sur des transactions rationnelles s'arrêtent beaucoup plus vite que ceux basés sur des transactions sociales. La figure 1(b) montre que le critère de sociabilité favorise la circulation des ressources. Le don social est la transaction qui nécessite le plus grand nombre de tours de parole comme le montre la figure 1(c). En revanche, la figure 1(d) montre que le nombre de transactions proposées est bien plus important pour les politiques basées sur l'échange groupé.

Il est intéressant de noter que le rapport entre les coûts engendrés par l'utilisation des différentes transactions ne change pas selon la taille de la population. Nous avons également fait varier le nombre total de ressources disponibles dans le système, d'une centaine à plusieurs milliers de ressources, sans qu'une variation nette de ce rapport entre les coûts soit observée. Ces paramètres n'ont donc qu'une faible influence sur le processus de négociation lui-même.

Ainsi, la politique du don social est suffisante et peut être considérée comme la meilleure politique pour des négociations sur des réseaux d'accointances complets.

**Théorème 6.1.** *Considérons un problème d'allocation de ressources qui sont supposées non consommables, non partageables et indivisibles, dans lequel les agents expriment leurs préférences par des fonctions d'utilité additives. Un processus de négociation basé sur un réseau d'accointances complet converge toujours vers un optimum global en utilisant des dons sociaux.*

*Démonstration.* Puisque le réseau d'accointances est complet et connexe, un agent  $a$  peut communiquer avec n'importe quel autre agent  $a'$  de la communauté. Pour chacune des ressources de son panier  $\mathcal{R}_a$ , si l'agent  $a$  ne peut faire un don social incluant la ressource  $r$  à aucun voisins, c'est donc que l'agent  $a$  attribue la plus grande valeur d'utilité à la ressource  $r$ . Dans ces conditions, il est toujours possible de créer une séquence de dons sociaux qui amène une ressource dans le panier d'un des agents lui attribuant la plus grande utilité. Selon la proposition 3.1, l'allocation résultante sera un optimum global.  $\square$

## 6.2. Cas des réseaux Erdos-Renyi

Dans le cas de réseaux d'accointances Erdos-Renyi, l'agent initiateur ne peut communiquer qu'avec un sous-ensemble restreint de la communauté. La connectivité moyenne de ces réseaux d'accointances est d'environ un tiers : un agent possède un voisinage composé en moyenne de  $n/3$  agents. Le tableau 5 décrit l'efficacité sociale des processus de négociation alors que le tableau 6 décrit leur sensibilité face à l'allocation initiale par le biais de l'écart type entre les valeurs sociales.

**Tableau 5.** *Efficacité sociale (%) sur des réseaux d'accointances Erdos-Renyi*

$n$	$m$	Social				Rationnel			
		Don	Échange	E+D	EG	Don	Échange	E+D	EG
25	250	92.3	91.6	94.8	94.9	53.9	84.4	84.9	84.9
50	500	94.8	93.7	96.3	96.6	52.0	88.3	88.4	88.7
100	1000	97.1	95.7	97.9	97.9	51.1	92.0	92.0	92.5

Aucune des politiques testées ne peut garantir qu'une allocation socialement optimale sera atteinte lorsque des réseaux d'accointances Erdos-Renyi sont considérés. Cela dépend fortement de la topologie du réseau d'accointances, et il est toujours possible de concevoir un réseau d'accointances dans lequel ce n'est pas possible. La connectivité des réseaux d'accointances et leurs topologies sont les principaux responsables. Plus la connectivité du réseau d'accointances est importante, plus la circulation des ressources est aisée (du fait de voisinages plus larges) et meilleurs seront les allocations obtenues.

**Tableau 6.** Écart type (%) sur des réseaux d'acointances Erdos-Renyi

<i>n</i>	<i>m</i>	Social				Rationnel			
		Don	Échange	E+D	EG	Don	Échange	E+D	EG
25	250	0.03	0.04	0.03	0.01	0.14	0.08	0.07	0.11
50	500	0.01	0.02	0.01	0.0	0.10	0.04	0.04	0.09
100	1000	0.0	0.01	0.0	0.0	0.07	0.02	0.02	0.07

Le tableau 5 montre que les politiques sociales mènent à des allocations socialement plus proches de l'optimum que les politiques rationnelles. Le don social, l'échange+don et l'échange groupé obtiennent encore des résultats assez proches. Le don rationnel mène à des allocations socialement très éloignées de l'optimum global. Le fait de ne pouvoir donner que des ressources associées à une valeur d'utilité négative est trop restrictif pour que cette politique soit intéressante. Les politiques basées sur la transaction échange mènent à des allocations légèrement moins bonnes en raison de la conservation de la répartition initiale des ressources.

Le tableau 6 montre que les écarts types restent très faible. Lorsque des réseaux d'acointances Erdos-Renyi sont considérés, l'allocation initiale a une influence pratiquement négligeable sur la qualité de la solution obtenue. Seules les politiques employées ont une influence notable.

L'évaluation des coûts en termes de transactions réalisées, de ressources échangées, de tours de parole et de transactions proposées est assez similaire à celle faite dans le cadre des réseaux d'acointances complets. Même si l'échange groupé favorise la circulation des ressources, le nombre de transactions proposées est tel que cette politique n'est généralement pas intéressante. Seul un faible nombre de tours de parole est nécessaire avant la fin des processus de négociations, mais chacune des négociations est plus coûteuse en temps de calcul (de manière exponentielle en fonction de la taille des paniers de ressources des agents impliqués). Les ressources changent moins souvent de possesseurs avec les politiques basées uniquement sur les dons, pour arriver à des résultats pratiquement similaires.

Pour les réseaux d'acointances Erdos-Renyi, la politique d'échange+don social mène aux allocations socialement les plus intéressantes. Celle basée sur le don social obtient des résultats très proches (2 % de moins) et est moins coûteuse en temps de calcul. Toutes deux peuvent être comme des politiques efficaces, menant à des allocations socialement très proches de l'optimum global, avec un écart type négligeable.

### 6.3. Cas des grilles

Considérons le cas de réseaux d'acointances réguliers avec une très faible connectivité : les grilles. Nous assimilons alors les réseaux d'acointances à des grilles to-

riques où tous les agents ont exactement 4 voisins. Cette très faible connectivité restreint grandement la circulation des ressources entre les membres de la communauté.

Le tableau 7 montre l'efficacité sociale des processus de négociation selon les politiques employées et le tableau 8 montre l'influence de l'allocation de ressources initiale en décrivant les écarts types entre les valeurs sociales obtenues en fin de processus.

Le tableau 7 montre que c'est l'échange+don qui mène à des allocations de ressources socialement plus proches de l'optimum global. La faiblesse de la connectivité du réseau d'acointances profite aux politiques les plus permissives. Comme pour les autres types de réseaux d'acointances, les politiques rationnelles mènent à des allocations socialement plus éloignées que les politiques sociales et ne sont donc pas considérées comme intéressantes.

L'écart type entre les valeurs sociales des allocations obtenues après négociations reste extrêmement faible quelle que soit la politique qui est considérée, comme décrit dans le tableau 8.

**Tableau 7.** *Efficacité sociale (%) sur des grilles*

$n$	$m$	Social				Rationnel			
		Don	Échange	E+D	EG	Don	Échange	E+D	EG
25	250	76.0	72.8	80.8	72.5	50.8	67.9	69.6	63.8
50	500	73.3	69.0	77.7	69.2	48.9	65.4	67.0	60.1
100	1000	71.7	68.5	76.2	66.1	47.9	64.1	65.6	59.2

**Tableau 8.** *Écart type (%) sur des grilles*

$n$	$m$	Social				Rationnel			
		Don	Échange	E+D	EG	Don	Échange	E+D	EG
25	250	0.08	0.08	0.07	0.11	0.16	0.12	0.11	0.34
50	500	0.06	0.06	0.05	0.11	0.12	0.09	0.08	0.33
100	1000	0.04	0.04	0.04	0.10	0.08	0.06	0.06	0.33

En règle générale, plus la connectivité du réseau d'acointances est faible, plus la circulation des ressources est difficile, et donc plus le nombre de transactions réalisées ou proposées avant la fin des processus de négociation est faible. Encore une fois, ni la taille des populations ni le nombre moyen de ressources par agent n'ont une grande influence sur la qualité des allocations obtenues.

#### 6.4. Performance et complexité

Les performances sont également évaluées par le biais du temps de calcul, décrit dans le tableau 9, ainsi que par le nombre de transactions réalisées, décrit dans le tableau 10. Nous avons considéré ici des processus de négociation basés sur des réseaux d'acointances complets. En effet, du point de vue du temps de ces métriques, un réseau d'acointances complet représente le "pire" cas puisque la circulation des ressources n'est pas restreinte, et que donc un maximum de transactions peut être effectué ou proposé.

**Tableau 9.** Temps de calcul sur des réseaux d'acointances complets

Nombre moyen de ressources par agent	Nombre d'agents		
	5	25	50
5	30ms	175ms	0.5s
25	90ms	1.5s	9s
50	0.3s	13s	70s

**Tableau 10.** Nombre de transactions réalisées sur des réseaux d'acointances complets

Nombre moyen de ressources par agent	Nombre d'agents		
	5	25	50
5	30	350	800
25	160	1650	4050
50	320	3400	8100

Ces tableaux décrivent le temps de calcul et le nombre de transactions réalisées selon la taille de la population et le nombre moyen de ressources par agent. Les processus de négociation au sein d'une population de 50 agents négociant 2 500 ressources s'arrêtent après environ une minute et 8 000 dons sociaux. Le nombre de transactions proposées et le nombre de transactions réalisés sont tous les deux polynomiaux.

*Démonstration.* Lorsque le bien-être utilitaire est considéré, un don social  $\delta_a^{a'}$  entre deux agents  $a$  et  $a'$  se donnant une ressource  $r$ , est caractérisé par la relation  $u_{a'}(r) > u_a(r)$ . Ainsi, durant une séquence de don sociaux, la valeur d'utilité associée à cette ressource  $r$  augmente graduellement avec ses possesseurs successifs. Une ressource  $r$  ne peut donc retourner dans les mains d'un détenteur précédent, et donc aucun cycle ne peut apparaître. Une ressource donnée  $r$  peut être donnée  $n-1$  fois dans le pire des cas. Ainsi le nombre de transactions réalisées est donc borné par  $m(n-1) \sim O(nm)$ .  $\square$

La démonstration de la complexité du point de vue du nombre de transactions tentées dépend de nombreuses caractéristiques comme l'implémentation ou la distribution du tour de parole. Cependant, si le tour de parole est distribué de manière uniforme, la démonstration peut être faite de la manière suivante :

*Démonstration.* Le nombre maximum de transactions tentées par un agent est de  $m(n - 1)$ . En effet, dans le pire des cas, un agent peut ponctuellement posséder chacune des ressources et essayer de la donner à chacun de ses voisins. Ainsi, le nombre de transactions tentées est borné par  $m(n - 1)^2 \sim O(n^2m)$ .  $\square$

## 7. Conclusion

Lorsque le bien-être utilitaire est considéré, une méthode centralisée efficace existe, mais celle-ci ne peut être utilisée que lorsque le réseau d'accointances est complet, et que toutes les informations sur les préférences des agents sont connues. Nous fournissons dans cette étude une méthode pour résoudre efficacement le problème d'allocation de ressources sans aucune entité centrale, donnant un moyen applicable d'atteindre une allocation socialement optimale. Basée sur des négociations locales entre les agents autonomes, cette approche prend en compte les relations entre les agents grâce à la notion de réseau d'accointances. Ce dernier peut correspondre à n'importe quel type de graphe connexe. La méthode proposée est de plus un processus adaptatif : l'ajout de nouveaux agents est possible durant le processus de négociation, sans pour autant obtenir l'émergence d'une solution de qualité moindre. C'est également une approche "anytime" puisque la qualité de la solution augmente graduellement et que le processus de négociation peut être interrompu à n'importe quel moment tout en fournissant une solution. Enfin, cette méthode fonctionne aussi bien pour des valeurs d'utilité positives que négatives.

Une politique basée sur des dons sociaux mène toujours les processus de négociation à des allocations socialement optimales dans le cas de réseaux d'accointances complet. Si le réseau d'accointances est de type Erdos-Renyi, il est possible d'atteindre des allocations socialement très proches de l'optimum global en utilisant la politique basée sur l'échange+don social. Celle basée sur le don social obtient des résultats socialement très proches et est moins coûteuse en temps de calcul. La politique du don social peut donc être également considérée comme une politique intéressante. Dans le cas où les négociations sont basées sur un réseau de type grille, c'est l'échange+don qui mène aux meilleures allocations de ressources.

Cette politique basée sur le don social n'est pas adaptée pour tous les bien-être sociaux mais elle est cependant très efficace pour résoudre le problème d'allocation de ressources lorsque le bien-être utilitaire est considéré.

## 8. Bibliographie

- Albert R., Barabási A., « Statistical Mechanics of Complex Networks », *Reviews of Modern Physics*, vol. 74, n° 1, p. 47-97, 2002.
- Arrow K., Sen A., Suzumura K., *Handbook of Social Choice and Welfare*, vol. 1, Elsevier, 2002.
- Bellosta M., Kornman S., Vanderpooten D., « An Agent-Based Mechanism for Autonomous Multiple Criteria Auctions », *IAT'06 - Intelligent Agent Technology*, vol. 0, China, Hong-Kong, p. 587-594, December, 2006.

- Bollobás B., *Random Graphs*, Cambridge University Press, 2001.
- Bouveret S., Lang J., « Efficiency and Envy-Freeness in Fair Division of Indivisible Goods : Logical Representation and Complexity », *IJCAI'05 - International Joint Conference on Artificial Intelligence*, UK, Scotland, Edinburgh, p. 935-940, August, 2005.
- Camorlinga S., Barker K., Anderson J., « Multiagent Systems for resource allocation in Peer-to-Peer systems », *Proceedings of the winter international symposium on Information and communication technologies*, Trinity College Dublin, Mexico, Cancun, p. 1-6, 2004.
- Chevalere Y., Endriss E., Estivie S., Maudet N., « Reaching Envy-free States in Distributed Negotiation Settings », *IJCAI'07 - International Joint Conference on Artificial Intelligence*, AAAI Press, India, Hyderabad, p. 1239-1244, January, 2007.
- Chevalere Y., Endriss U., Lang J., Maudet N., « Negotiating over Small Bundles of Resources », *AAMAS'05 - Autonomous Agents and multiagent systems*, ACM Press, EU, The Netherlands, Utrecht, p. 296-302, July 25-29, 2005.
- Dunne P., « Extremal behaviour in multiagent contract negotiation », *Journal of Artificial Intelligence Research*, vol. 23, p. 41-78, 2005.
- Endriss U., Maudet N., Sadri F., Toni F., « Negotiating Socially Optimal Allocations of Resources », *Journal of Artificial Intelligence Research*, vol. 25, p. 315-348, 2006.
- Estivie E., Chevalere Y., Endriss U., Maudet N., « How Equitable is Rational Negotiation ? », *AAMAS'06 - Autonomous Agents and Multiagent Systems*, ACM Press, Japan, Hakodate, p. 866-873, May, 2006.
- Ferber J., *Les Systèmes Multi-Agents. Vers une Intelligence Collective*, InterEditions, Paris, 1995.
- Gairing M., Monien B., Tiemann K., « Selfish routing with incomplete information », *Theory of Computing Systems*, vol. 42, n° 1, p. 91-130, 2008.
- Moulin H., « Choosing from a Tournament », *Social Choice and Welfare*, vol. 3, n° 4, p. 271-291, 1986.
- Petcu A., Faltings B., Parkes D., « MDPOP : faithful distributed implementation of efficient social choice problems », *AAMAS'06 - Autonomous Agents and MultiAgent Systems*, ACM Press, Japan, Hakodate, p. 1397-1404, May, 2006.
- Saha S., Sen S., « An Efficient Protocol for Negotiation over Multiple Indivisible Resources », *IJCAI'07 - International Joint Conference on Artificial Intelligence*, India, Hyderabad, p. 1494-1499, January, 2007.
- Sandholm T., « Contract Types for Satisficing Task Allocation : I Theoretical Results », *AAAI Spring Symposium : Satisficing Models*, vol. 99, USA, California, Stanford University, p. 68-75, March, 1998.
- Sandholm T., « Algorithm for Optimal Winner Determination in Combinatorial Auctions », *Artificial Intelligence*, vol. 135, n° 1-2, p. 1-54, 2002.
- Wang W., Li B., « Market-based self-optimization for autonomic service overlay networks », *Selected Areas in Communications, IEEE Journal on*, vol. 23, n° 12, p. 2320-2332, 2005.
- Woolridge M., *Introduction to Multiagent Systems*, John Wiley & Sons, 2001.