Topologie du discriminant d'une surface

G. Moroz, M. Pouget
INRIA Nancy - Grand Est
615 Rue du Jardin Botanique, 54600 Villers-lès-Nancy
guillaume.moroz@inria.fr,marc.pouget@inria.fr

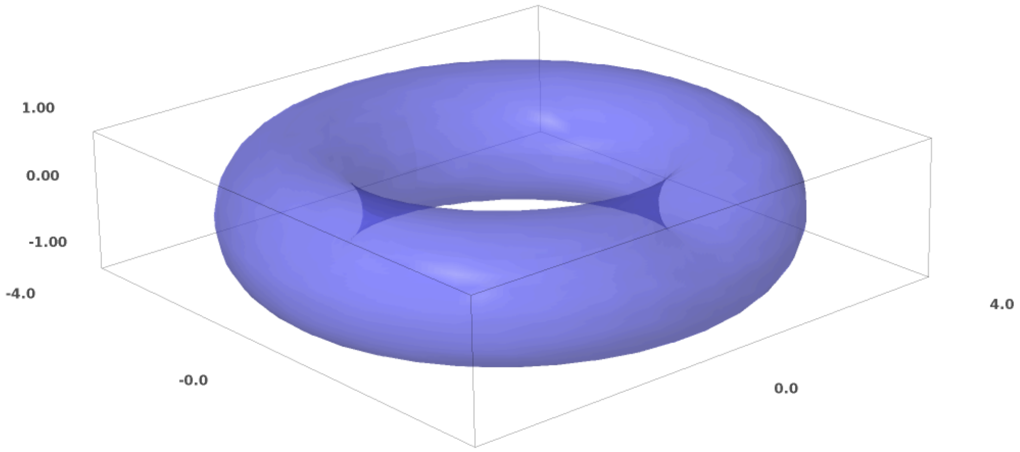

FIGURE 1 – Tore et sa silhouette.

Soit S une surface algébrique lisse définie par $f(x, y, z) = 0$. Son discriminant est un polynôme bivarié $\delta(x, y)$. Nous nous intéresserons au calcul de la topologie de la courbe C définie par $\delta(x, y) = 0$, restreinte à une boîte B en x, y. Cette courbe apparait naturellement lorsque l'on cherche à décrire la projection de S sur le plan P_{xy}. La description de C est aussi importante pour classifier les valeurs de (x, y) en fonction du nombre de solutions en z du polynôme $f(x, y, z) = 0$.

Pour décrire la topologie de courbes lisses, on peut distinguer d'une part des méthodes symboliques globales ([MPSTTW06, CLPPPRT10] entre autres) et des méthodes de subdivisions d'autre part (notamment [PV04, LMP08]). L'avantage de l'approche par subdivision est d'être adaptative à la taille de la boîte B dans laquelle on cherche à calculer la topologie.

Cependant, la courbe discriminante C n'est pas nécessairement lisse. En particulier, elle peut contenir des singularités de type nœud ou cusp ordinaire (voir Figure 1 par exemple), qui restent présentes même après perturbation des coefficients de f. Dans ce cas, [BSGY08] est la seule approche par subdivision permettant de calculer la topologie de C. Cette approche n'est malheureusement pas adaptative et pour détecter les singularités de C, elle nécessite de calculer systématiquement des boîtes de diamètre au plus $O(2^{-d^3})$, où d est le degré de $\delta(x, y)$.

Nous présenterons un travail en cours exhibant un critère adaptatif qui permet de décider si une boîte B contient une singularité de C ainsi que de déterminer la topologie de cette singularité dans B.

Bibliographie

[BSGY08] M. Burr, S.W.Choi, B. Galehouse, and C. Yap. Complete subdivision algorithms, ii : Isotopic meshing of singular algebraic curves. In *International Symposium on Symbolic and Algebraic Computation Symposium - ISSAC*, 2008.

[CLPPPRT10] J. Cheng, S. Lazard, L. Pe naranda, M. Pouget, F. Rouillier, and E. Tsigaridas. On the topology of real algebraic plane curves. *Mathematics in Computer Science*, 4 :113–137, 2010.

[LMP08] C. Liang, B. Mourrain, and J. Pavone. Subdivision methods for 2d and 3d implicit curves. In *Geometric modeling and algebraic geometry*, pages 171–186. Springer, 2008. RR INRIA in 2005.

[MPSTTW06] Bernard Mourrain, Sylvain Pion, Susan Schmitt, Jean-Pierre Técourt, Elias P. Tsigaridas, and Nicola Wolpert. Algebraic issues in Computational Geometry. In J.-D. Boissonnat and M. Teillaud, editors, *Effective Computational Geometry for Curves and Surfaces*, Mathematics and Visualization, chapter 3, pages 117–155. Springer, 2006.

[PV04] S. Plantinga and G. Vegter. Isotopic approximation of implicit curves and surfaces. In *SGP '04 : Eurographics/ACM SIGGRAPH Symposium on Geometry Processing*, pages 245–254, 2004.