BLAD : Bibliothèques Lilloises d'Algèbre Différentielle

François Boulier
Université Lille 1
LIFL (futur CRIStAL)
Équipe Calcul Formel (future CFHP)

3 novembre 2014

Contexte de la démonstration logicielle

BLAD

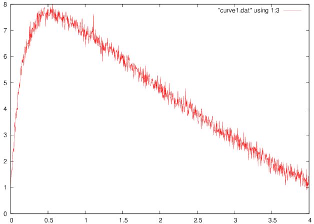
- Une bibliothèque LGPL en langage C.
- Incluse dans MAPLE (paquetage *DifferentialAlgebra*).
- Fournir des primitives de traitement symbolique des équations différentielles non linéaires utiles au calcul scientifique.

Démo : un problème d'estimation de paramètres

- Méthode : L. Denis-Vidal, G. Joly-Blanchard, C. Noiret
- Symbolique : F. Lemaire, M. Rosenkranz, G. Regensburger
- Estimation : R. Ushirobira, W. Perruquetti, A. Korporal
- Génération de code : A. Poteaux, A. Frétigny

« Estimer θ_1, θ_2 et θ_3 à partir des données bruitées »

se réduit à « évaluer numériquement, sur la courbe bruitée, les expressions en noir, pour différentes valeurs de t ».

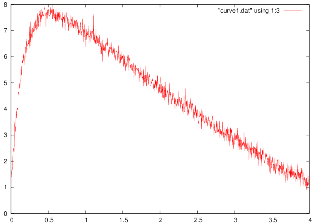


L'équation différentielle non linéaire provient d'un calcul

$$\begin{aligned} \theta_1 \frac{y(t)}{y(t)+1} \\ + \theta_2 \frac{y(t)\,\dot{y}(t)\,(y(t)+2)}{(y(t)+1)^2} \\ + \theta_3 \frac{\dot{y}(t)}{(y(t)+1)^2} &= -\ddot{y}(t) \end{aligned}$$

« Estimer θ_1, θ_2 et θ_3 à partir des données bruitées »

se réduit à « évaluer numériquement, sur la courbe bruitée, les expressions en noir, pour différentes valeurs de t ».

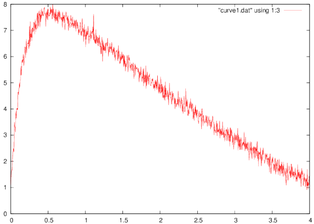


Il vaut mieux la transformer en une équation intégrale

$$\begin{aligned}
&{\color{red}\theta_1} \int_0^t \int_0^{\tau_1} \frac{y(\tau_2)}{y(\tau_2)+1}\, \mathrm{d}\tau_2\, \mathrm{d}\tau_1 \\
&+ {\color{red}\theta_2} \left(\int_0^t \frac{y(\tau)^2}{y(\tau)+1}\, \mathrm{d}\tau - \frac{y(0)^2}{y(0)+1}\, t \right) \\
&- {\color{red}\theta_3} \left(\int_0^t \frac{1}{y(\tau)+1}\, \mathrm{d}\tau - \frac{1}{y(0)+1}\, t \right) - {\color{red}\dot y(0)}\, t \quad = \quad -y(t) + y(0)
\end{aligned}$$

« Estimer θ_1, θ_2 et θ_3 à partir des données bruitées »

se réduit à « évaluer numériquement, sur la courbe bruitée, les expressions en noir, pour différentes valeurs de t ».

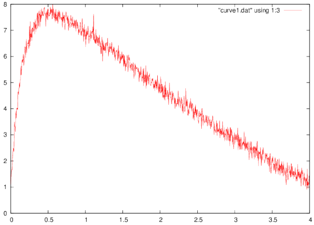


Essentiellement, il s'agit de la réécrire en (algo « rat_bilge »)

$$
\begin{aligned}
&\theta_1 \frac{y(t)}{y(t)+1} \\
&+ \theta_2 \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \frac{y(t)^2}{y(t)+1} \\
&- \theta_3 \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \frac{1}{y(t)+1} \quad = \quad -\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2} y(t)
\end{aligned}
$$

« Estimer θ_1, θ_2 et θ_3 à partir des données bruitées »

se réduit à « évaluer numériquement, sur la courbe bruitée, les expressions en noir, pour différentes valeurs de t ».



Pour mémoire ...

$$\theta_1 \frac{y(t)}{y(t)+1} + \theta_2 \frac{y(t)\,\dot{y}(t)\,(y(t)+2)}{(y(t)+1)^2} + \theta_3 \frac{\dot{y}(t)}{(y(t)+1)^2} = -\ddot{y}(t)$$