

# L'espérance mathématique

Jean-Paul Delahaye

**Les critères de décision sont fondés sur la notion d'espérance mathématique. Toutefois ces raisonnements aboutissent parfois à des choix surprenants.**

**U**n de vos amis vous propose le jeu suivant : tu mises 10 francs, ensuite tu lances un dé. Si tu sors le 6, je te donne 30 francs (tes 10 francs de mise plus 20 francs de ma poche) ; sinon, je ne te donne rien et j'empêche tes 10 francs.

Votre intérêt est-il de jouer ?

Non, bien sûr, car, en moyenne, sur six parties, vous aurez gagné 30 francs et dépensé 60 francs, ce qui fait 5 francs de perdu en moyenne par partie. En théorie des probabilités, on dit que votre espérance mathématique à chaque partie est de -5 francs. Cette espérance mathématique est égale à la somme des gains (et des pertes), chacun multiplié par la probabilité du gain (ou de la perte) : dans notre jeu, cette espérance mathématique est égale à  $(20) \times 1/6 + (-10) \times 5/6 = -5$ . Lorsqu'elle est négative, vous ne devez pas jouer : en moyenne, vous perdrez la valeur de cette « espérance ».

Si votre ami vous proposait 80 francs en plus de votre mise au lieu de 20 francs pour une sortie du 6, votre espérance mathématique serait  $(80 - 50)/6$ , soit 5 francs par partie, et vous auriez intérêt à jouer. S'il vous proposait 50 francs au lieu de 20 francs, votre espérance mathématique à chaque partie serait nulle. Dans ce cas, on dit que le jeu est équitable.

## Les deux lois de base du joueur éclairé

La notion d'espérance mathématique, que l'on pourrait aussi appeler gain moyen espéré, est parfaitement claire, et il semble naturel et rationnel d'énoncer les deux lois de base du joueur éclairé :

Loi 1 : Lorsqu'on te propose un jeu, si l'espérance est positive, accepte d'y jouer ; si elle est négative, refuse d'y jouer ; si elle est nulle, fais ce qui te plaît.

Loi 2 : Entre deux jeux, si tu es contraint de jouer, choisis celui dont l'espérance mathématique est la plus élevée.

Le calcul de l'espérance mathématique d'un jeu est rarement aussi simple que dans notre exemple, mais soyez certain que lorsqu'un casino vous propose un jeu, c'est que votre espérance mathématique est négative. L'exemple de la roulette est clair : en misant 100 francs sur un numéro, vous gagnez 3 600 francs (votre mise plus 35 fois votre mise payée par le banquier), 1 fois sur 37, car les numéros vont de 0 à 36. En moyenne, vous dépensez 3 700 francs pour en gagner 3 600, et votre espérance est donc de  $-100/37$ , soit -2,70 francs. En moyenne, à chaque fois que vous jouez 100 francs à la roulette, vous perdez donc 2,70 francs (ce qui n'est

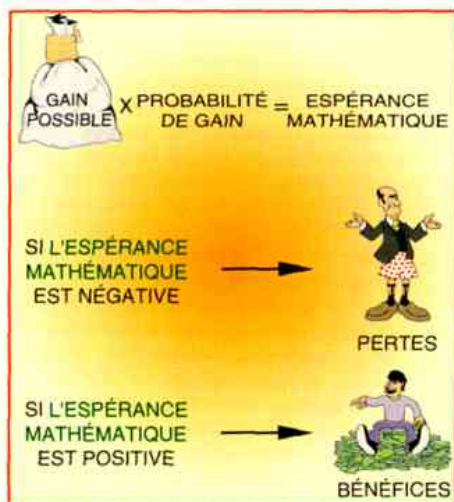
peut-être pas très cher si cela vous amuse!). Les deux lois de base du joueur éclairé semblent irréfutables et devraient donc dicter nos décisions en toutes circonstances. Nous allons voir que, dans certains cas, les règles fondées sur le calcul de l'espérance mathématique ne correspondent pas aux choix que nous jugeons bon de faire, ou même conduisent à des absurdités.

## En cas d'inflation

Le premier exemple m'a été donné par Jacques Pitrat, qui est chercheur en intelligence artificielle à l'Université des Sciences de Paris : il nous fait soupçonner une difficulté. Lorsque l'inflation annuelle est supérieure à 1/37, soit 2,7 pour cent, et qu'il n'existe aucun moyen sûr d'obtenir une espérance moyenne de gain protégeant votre argent de l'inflation (c'était le cas en France il y a une quinzaine d'années, et c'est le cas dans tous les pays dont l'économie est en crise grave), les casinos constituent la moins mauvaise méthode pour protéger vos économies.

En effet, chaque année, il vaut mieux aller miser l'argent qu'on a mis de côté durant les douze mois précédents que de le confier à une banque, car, en jouant au casino, vous ne perdrez, en moyenne, que 1/37 de votre argent, quelle que soit la durée de la période pendant laquelle vous économisez, alors qu'en le confiant à la banque, plus vous le laissez longtemps (ce qui est inévitable pour arriver à une somme intéressante), plus vous perdez de l'argent. Donnons un exemple numérique.

Imaginons que l'inflation annuelle soit de dix pour cent et que votre banque vous donne cinq pour cent d'intérêts sur l'argent que vous lui confiez (ce qui ne compense pas l'inflation) ; dix années de suite, le 1<sup>er</sup> janvier, vous déposez 100 000 francs à la banque dans le but d'acheter une maison. Alors, le 31 décembre de la dixième année, vous retirez de la banque 100 000 francs multipliés par



**1. LE SUCCÈS AUX JEUX DE HASARD dépend de l'espérance mathématique.**

$(1,05 + 1,05^2 + 1,05^3 + \dots + 1,05^{10})$ , soit 1 320 678 francs, dont le pouvoir d'achat (ramené à l'année de départ) est égal à  $1\,320\,678/(1,10)^{10}$ , soit 509 178 francs.

Au bout de dix ans, en ayant joué tous les ans vos 100 000 francs à la roulette et en ayant protégé vos gains de l'inflation dès que vous avez gagné (ce qui est possible, car, quand vous gagnez, vous pouvez acheter la maison de vos rêves), votre espérance mathématique de pouvoir d'achat (toujours recalculée pour l'année de départ) est égale à la somme de  $3\,600\,000 \times 1/37 \times (1 + 1/1,1 + 1/(1,1)^2 + \dots + 1/(1,1)^9)$ , soit 657 634 francs, ce qui est bien meilleur!

Ce résultat n'a rien d'étonnant, car, en quelque sorte, jouer vos 100 000 francs chaque année revient à confier votre argent au casino qui, pour 1/37 de sa valeur, prend à sa charge le problème de l'inflation jusqu'à ce qu'il vous rende votre argent.

Malgré cet imparable calcul, je ne connais personne qui ait utilisé la méthode du casino pour protéger son argent de l'inflation. Pourquoi? Sans doute parce que l'incertitude sur la date d'aboutissement est si déplaisante qu'on préfère perdre plus, mais ne pas être soumis aux aléas des lancers du croupier. L'espérance mathématique ici ne détermine donc pas le comportement le plus rationnel.

## Très fort refus d'un gain moyen

Il existe un exemple encore plus frappant de l'inadéquation, dans les cas extrêmes, de la notion d'espérance mathématique pour déterminer les préférences d'un sujet. Imaginez qu'on vous propose le jeu suivant : tu me donnes un million de francs ; ensuite, tu tires un billet dans cette urne qui contient 1 billet rouge et 99 billets bleus. Si tu tires le rouge, je te donne un milliard de francs ; sinon, je ne te donne rien.

En acceptant de jouer à ce jeu, vous gagnerez un milliard de francs une fois sur 100, donc, en moyenne, vous gagnerez 1 000 millions de francs pour 100 millions engagés, ou 10 millions pour 1 million engagé. L'espérance mathématique du jeu est donc de 9 millions par partie jouée. Cela semble extrêmement intéressant.

Posez-vous maintenant honnêtement la question (en imaginant que vous disposez d'un million de francs d'économies) : est-ce que je jouerai? Je suis certain que,



## 2. JOUER À LA ROULETTE est parfois plus sage que confier son argent au banquier.

comme moi, vous répondrez non. La probabilité de gagner semble trop faible, même si le gain, quand on tire le bon billet, est énorme et même si l'espérance est nettement supérieure à la mise! Si vous êtes assez riche pour pouvoir jouer un grand nombre de fois à ce jeu (ou si vous rencontrez quelqu'un disposé à vous prêter quelques centaines de millions de francs), vous ne devez pas hésiter, mais celui qui ne peut jouer qu'une ou deux parties, qui lui coûtent très cher, ne souhaitera pas prendre le risque.

Dans les situations où l'enjeu correspond aux limites de vos possibilités, même en cas d'espérance mathématique très favorable, il apparaît raisonnable de refuser de jouer. Les règles énoncées plus haut concernant l'espérance ne correspondent pas à la réalité psychologique ; l'espérance mathématique ne fournit pas toujours un critère de décision rationnel, et les deux lois de base du joueur éclairé doivent être revues.

Doit-on déduire de l'exemple du billet rouge qu'en cas de très petits enjeux, même si l'espérance mathématique est négative – situation opposée à celle envisagée à l'instant –, il est rationnel de jouer? Si tel est le cas, alors nous comprenons le succès des jeux proposés par les organismes publics tels que *La Française des Jeux*, qui redistribuent souvent moins de la moitié des sommes engagées par les parieurs (les jeux proposés ont toujours une espérance mathématique négative). Pendant longtemps, j'ai pensé qu'il était absurde de jouer à de tels jeux ; aujourd'hui, à cause de l'exemple des billets rouges et bleus, je n'en suis plus certain.

Les problèmes de choix en économie sont complexes et quasi paradoxaux. En voici encore deux exemples. On constate qu'un consommateur hésite beaucoup moins à acheter un autoradio de prix élevé le jour où il se décide pour l'achat d'une voiture, qu'un jour ordinaire. La jouissance qu'il va en tirer est pourtant la même!

Le philosophe américain D. Dennett, dans son excellent livre *La stratégie de l'interprète* (éditions Gallimard, 1990), rapporte l'étonnante expérience de psychologie réalisée par D. Kahneman et A. Tversky en 1983. On raconte à des sujets l'histoire suivante :

(A) Vous avez acheté un billet de théâtre à 100 francs depuis une semaine. En arrivant au théâtre, vous vous apercevez que vous avez perdu votre billet. Il reste des places disponibles à 100 francs. Est-ce que vous achetez un nouveau billet? Plus de la moitié des personnes répondent qu'elles ne rachètent pas de billet.

Présentons autrement la même histoire :

(B) Vous arrivez au théâtre sans avoir acheté de billet. Au moment de prendre la queue au guichet, vous vous apercevez que vous avez perdu un des billets de 100 francs qui étaient dans votre portefeuille, ce matin. Il vous reste de quoi acheter un billet. Est-ce que vous achetez un billet?

L'histoire (B) est «financièrement équivalente» à l'histoire (A) ; pourtant, dans ce cas, 12 pour cent seulement des personnes testées indiquent qu'elles renoncent à acheter le billet de théâtre.

Le mathématicien Daniel Bernoulli, qui avait déjà découvert, au XVIII<sup>e</sup> siècle, des situations analogues, proposait de remplacer le critère objectif donné par l'espérance mathématique (mesurée en francs dans nos exemples) par un critère d'espérance d'utilité subjective mesurant le plaisir ou la peine engendrés par un résultat. L'utilité subjective n'étant pas une fonction linéaire du résultat en francs, un gain de dix millions de francs n'est pas dix fois préférable à un gain d'un million de francs et ne donne pas, en plaisir, l'équivalent de la peine que vous ressentez en perdant un million de francs économisés au long de nombreuses années de travail. Des études à partir d'expériences analogues à celle des billets de théâtre permettent d'avoir une idée précise des liens entre la valeur objective et l'utilité subjective, et donnent ainsi des moyens de

comprendre les choix faits par les sujets économiques (voir la figure 3).

Toutefois le mathématicien n'a que faire de la psychologie, et ces exemples ne le troublent pas vraiment ; aussi venons-en à des problèmes plus délicats encore, où la notion d'espérance mathématique est, plus gravement encore, mise en difficulté.

## Le paradoxe de Saint-Petersbourg

Le classique paradoxe de Saint-Petersbourg doit son nom à l'étude que lui consacra Daniel Bernoulli dans les commentaires de l'Académie des sciences de Saint-Petersbourg en 1738, mais, en fait, c'est Nicolas Bernoulli – l'oncle de Daniel – qui l'inventa et l'exposa à son ami Pierre Rémond de Montmort (ce dernier le mentionne dans son *Essai d'analyse des jeux de hasard* de 1701).

La question est de savoir quelle mise la banque doit demander à un parieur

pour que le jeu suivant soit équitable. On jette une pièce de monnaie jusqu'à ce qu'on obtienne pile. Si pile arrive dès le premier coup, la banque donne 2 francs au parieur, et le jeu s'arrête. Si pile arrive au deuxième coup, la banque lui donne 4 francs, et le jeu s'arrête. Si pile arrive au troisième coup, la banque lui donne  $2^3$ , soit 8 francs, et le jeu s'arrête, etc.

Le calcul de l'espérance mathématique est aisé : celui qui sort pile au premier lancer reçoit 2 francs, avec une probabilité  $1/2$  ; celui qui sort pile au deuxième coup reçoit 4 francs, avec une probabilité  $1/4$  ; celui qui sort pile au troisième coup, 8 francs, avec une probabilité  $1/8$ , etc. – et donc l'espérance de gain (si la partie est gratuite) est de :  $2 \times (1/2) + 4 \times (1/4) + 8 \times (1/8) + 16 \times (1/16) + \dots = 1 + 1 + 1 + 1 + \dots$

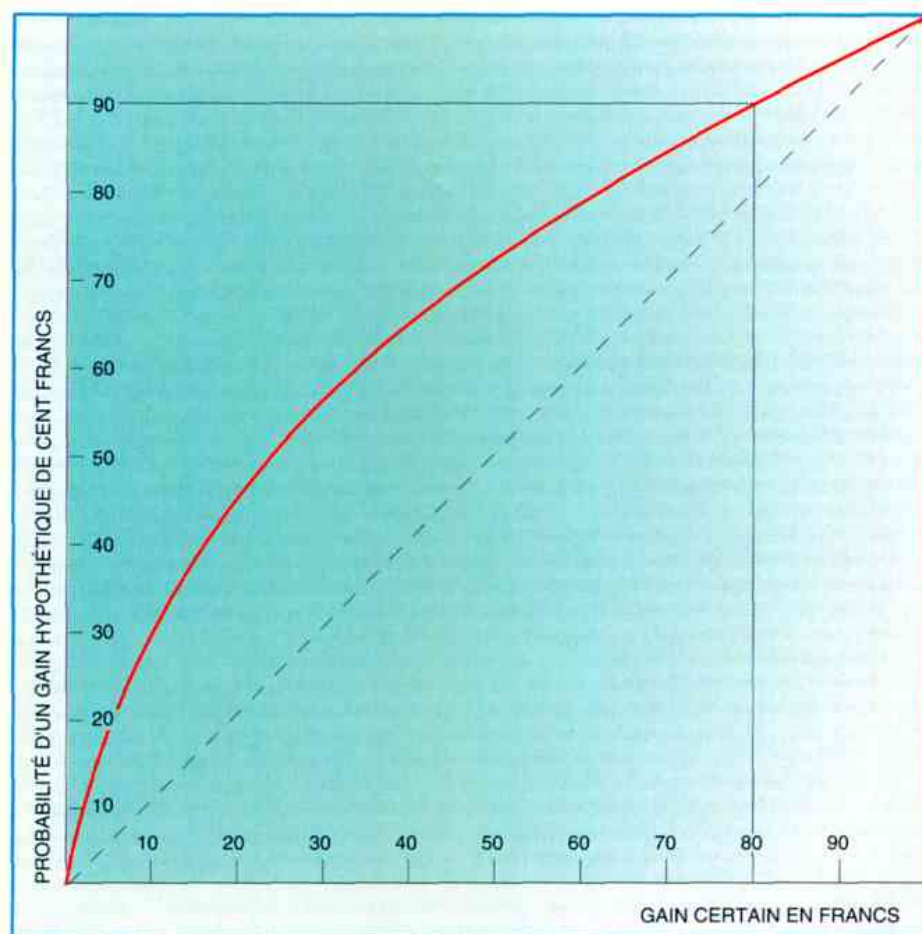
La valeur de cette somme est infinie. Cela signifie que vous devriez miser une somme infinie pour que le jeu soit équitable : même si la banque vous demande un million de francs

pour jouer, l'espérance mathématique vous est encore infiniment favorable. Je suis pourtant certain que vous n'accepteriez même pas d'engager 100 francs pour jouer une telle partie. Qu'est-ce qui ne va pas ?

On pourrait, comme précédemment, évoquer la notion d'utilité et dire qu'il s'agit d'un problème de psychologie. Je crois qu'on peut faire mieux, car, ce qui ne va pas, c'est que le banquier, en proposant ce jeu – disons pour 100 francs –, triche. Il ne dispose en effet que d'une somme finie d'argent, et il omet donc de prendre en compte les cas, rares mais essentiels, où il ne sera pas en mesure d'assurer son engagement d'organisateur du jeu. Si l'on mène les calculs avec l'hypothèse que le banquier ne dispose que d'un million de francs (et que c'est donc le maximum qu'il est susceptible de perdre), alors l'espérance de gain est :  $2 \times (1/2) + 4 \times (1/4) + 8 \times (1/8) + \dots + 2^{19} \times (1/2^{19}) + 1\,000\,000 \times (1/2^{19}) = 20,91$  francs (le dernier terme correspond à tous les cas où il y a 19 faces consécutives ou plus avant pile, et où le banquier donne donc un million de francs au joueur alors qu'il devrait donner plus). Cette mise de 20,91 francs pour rendre le jeu équitable est maintenant tout à fait raisonnable. Avec un banquier ne disposant que d'un million, la partie vaut 20,91 francs, pas un centime de plus !

## Le paradoxe du changement inutile

Le paradoxe suivant m'a été présenté par Claudio Bernardi, de l'Université de Rome. On me montre deux enveloppes fermées A et B contenant l'une X francs l'autre 2X francs, sans que je sache laquelle contient le plus. Je gagne le contenu de celle que je choisis. N'ayant pas de raison particulière de préférer l'une à l'autre, je choisis d'abord l'enveloppe A, puis, au moment de l'ouvrir, je raisonne ainsi : si l'enveloppe A contient Y francs (je ne sais pas si Y est égal à X ou à 2X), il y a une chance sur deux pour que B contienne 2Y francs et une chance sur deux pour que B contienne Y/2 francs. Donc l'espérance de contenu de l'enveloppe B est  $2Y \times 1/2 + Y/2 \times 1/2 = 1,25Y$  franc. C'est mieux que le contenu de l'enveloppe A, qui est Y francs. Mon intérêt est donc de changer et de choisir d'ouvrir B. Mais ce raisonnement est certainement faux, car si j'avais d'abord choisi l'enveloppe B,



3. ENTRE UN GAIN CERTAIN ET UN GAIN HYPOTHÉTIQUE, nous choisissons la certitude, même si elle est de valeur inférieure. La courbe, résultant des travaux de Kahneman et Tversky, indique à combien est estimé subjectivement un gain certain qu'on propose d'échanger contre un gain de 100 francs avec une probabilité de Y pour cent. Ainsi un gain certain de 80 francs correspond à un gain de 100 francs associé à une probabilité de 0,9.

j'aurais pu faire le même raisonnement et conclure que A était préférable. Qu'est-ce qui ne va pas ?

L'explication de ce paradoxe ressemble à celle du paradoxe de Saint-Pétersbourg, en ce sens que, pour raisonner juste et éviter le paradoxe, il suffit de préciser les hypothèses en évitant toute hypothèse implicite qui pourrait être déraisonnable.

Il faut donc encore refuser de considérer que toutes les valeurs de  $X$  sont possibles, car le banquier qui me propose le jeu n'utilisera pas plus d'une certaine somme pour remplir les enveloppes. Imaginons que c'est 20 francs. Il faut aussi préciser la stratégie que le banquier adopte pour remplir les deux enveloppes. Imaginons qu'il choisit de remplir les enveloppes avec 1 franc et 2 francs, ou 2 francs et 4 francs, ou 3 francs et 6 francs, etc., jusqu'à 10 francs et 20 francs au hasard, en ne favorisant aucun cas (il choisit, par exemple, équitablement un nombre entre 1 et 10), puis qu'il mélange les deux enveloppes remplies pour ne plus savoir laquelle contient le plus. Les cas possibles sont alors faciles à énumérer (1,2) – (2,1), (2,4) – (4,2), (3,6) – (6,3), (4,8) – (8,4), (5,10) – (10,5), (6,12) – (12,6), (7,14) – (14,7), (8,16) – (16,8), (9,18) – (18,9), (10, 20) – (20,10). Ils ont la même probabilité :  $1/20$ . Le calcul de l'espérance de  $B$  donne la même valeur que celui de l'espérance de  $A$  (on trouve 8,25), et non pas 1,25 fois plus. Il n'y a aucun paradoxe !

Où est l'erreur dans le raisonnement formulé plus haut ? Deux choses : (1) on y considère implicitement que toutes les valeurs de  $X$  possibles ont la même probabilité, ce qui est faux ; 5, par exemple, n'apparaît qu'une fois comme valeur possible du contenu de  $A$ , alors que 8 apparaît deux fois ; (2) on considère aussi que, pour chaque enveloppe  $A$  possible, il y a une chance sur deux que l'autre contienne deux fois plus, et une chance sur deux que l'autre contienne deux fois moins, ce qui est faux : si l'enveloppe  $A$  contient 3 francs, par exemple, la seule valeur possible pour  $B$  est 6 francs.

En faisant les calculs précisément à partir d'hypothèses fixées le plus raisonnablement possible, aucun paradoxe ne subsiste. Tout système d'hypothèses raisonnables (somme d'argent finie, procédure bien déterminée de mise en place des enveloppes) que vous choisirez vous conduira à trouver que l'espé-

rance de  $B$  est la même que celle de  $A$ , et donc vous n'obtiendrez jamais de paradoxe dans un cas réel.

Une explication compatible avec ces hypothèses, mais plus profonde, mérite d'être indiquée. Dans le raisonnement faux qui conduit au paradoxe, on n'a pas l'impression de se tromper, car il semble raisonnable d'imaginer un cas idéal où toutes les valeurs possibles du contenu de  $A$  ont la même probabilité (ce qui, nous l'avons vu, n'est pas vrai dans le cas détaillé), et tel que, pour chacune des valeurs possibles du contenu  $Y$  de l'enveloppe  $A$ , le contenu de l'enveloppe  $B$  est une fois sur deux  $2Y$ , une fois sur deux  $Y/2$ . Mais ce cas idéal qu'on présuppose (sans se demander s'il existe) est en fait impossible, car il impose une attribution uniforme de probabilités à tous les nombres entiers (les valeurs possibles du contenu de  $A$ ), attribution impossible, on s'en aperçoit immédiatement : si l'on attribue une probabilité positive égale à chaque entier, la somme des probabilités sera plus grande que 1 ; si l'on attribue une probabilité nulle, la somme des probabilités sera nulle.

Les mathématiciens savent bien qu'il n'existe pas de probabilité uniforme sur les entiers, c'est-à-dire qu'il est impossible de dire : «soit un nombre entier choisi au hasard en donnant la même probabilité à chaque nombre entier». C'est la clef profonde du paradoxe des enveloppes : il faut se garder de mener des raisonnements qui présupposent l'existence de choses qui n'existent pas !



**4. LE PARADOXE DE LA CRAVATE.** Celui qui a la plus longue cravate la donne à l'autre. L'espérance mathématique semble positive pour les deux joueurs.

## Le paradoxe de la cravate

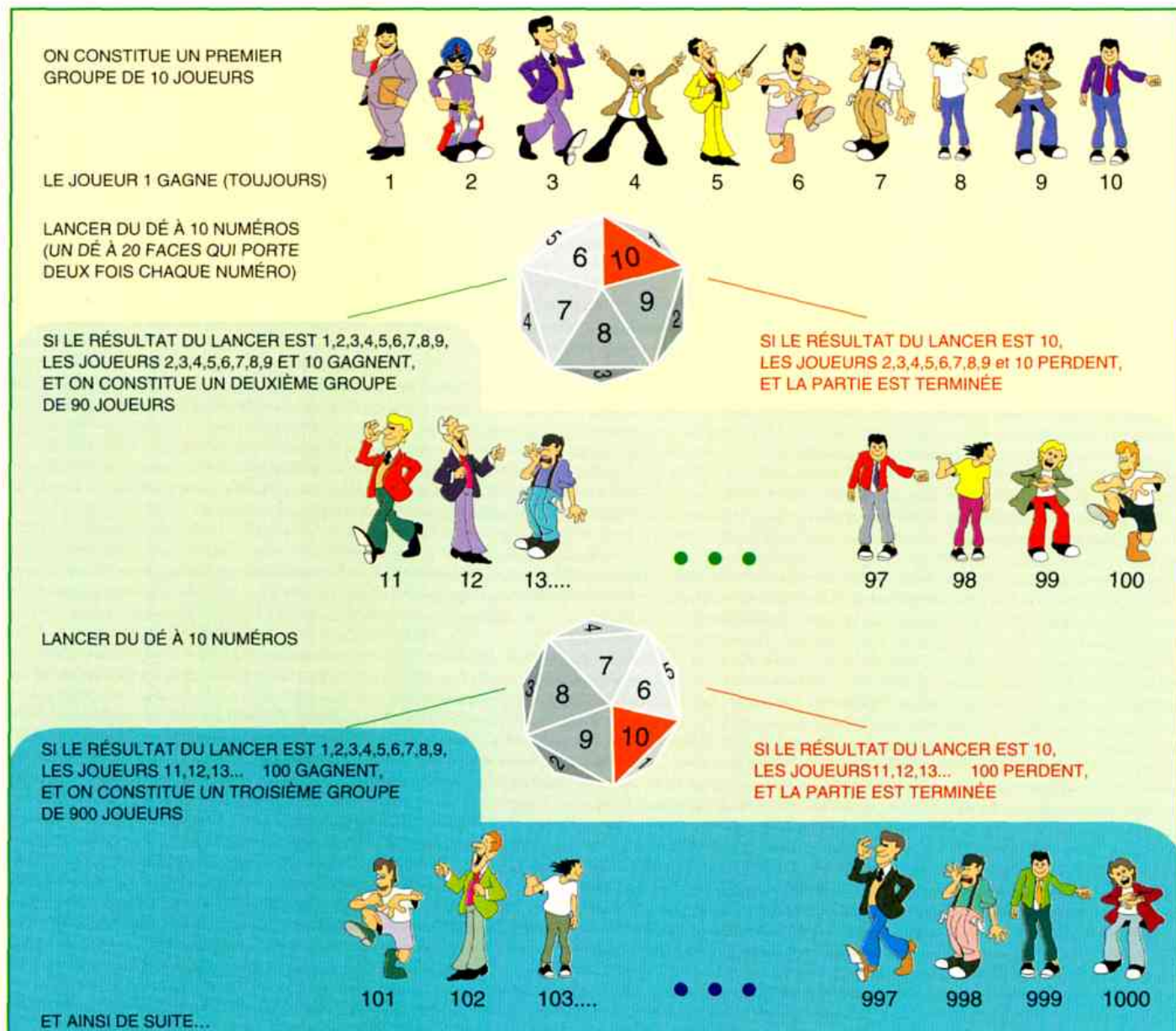
L'explication vaut aussi pour le paradoxe de la cravate, proposé par Maurice Kraitchik en 1930 : Monsieur  $A$  propose à Monsieur  $B$  que celui qui a la plus longue cravate la donne à l'autre. Monsieur  $B$  raisonne ainsi : «Ma cravate a pour longueur  $L$ . Si ma cravate est la plus longue, ce qui a une chance sur deux de se produire, je la perds, donc je perds une cravate de longueur  $L$ . Sinon, je gagne la cravate de l'autre, qui est plus longue que  $L$ . Donc, une fois sur deux, je perds  $L$  et, une fois sur deux, je gagne plus que  $L$ . Mon espérance est positive, donc j'accepte de jouer.» Le jeu étant symétrique, le joueur  $A$  peut conclure que le jeu lui est aussi favorable, ce qui est paradoxal.

Comme dans l'explication profonde du paradoxe des enveloppes, l'erreur provient du fait qu'en raisonnant sans spécifier une répartition précise des longueurs des cravates portées par les hommes cravatés, on se place implicitement dans un cas idéal qui n'existe pas : celui où toutes les longueurs possibles de cravates ont la même probabilité et où, pour chaque longueur possible  $L$ , la moitié des cravates est de longueur plus grande et la moitié des cravates de longueur plus petite (ce qui, si vous réfléchissez une seconde, n'est évidemment pas possible). Si vous prenez la peine de préciser la situation (une probabilité pour chaque longueur de cravate envisageable), le paradoxe disparaît, comme dans le cas des deux enveloppes.

## Neuf chances sur dix de gagner et de perdre

La conclusion du dernier paradoxe que je vous propose est vraiment surprenante. Ce paradoxe m'a été inspiré par un exemple analogue inventé par le philosophe J. Leslie.

Il y a un banquier et des joueurs. Chaque joueur engage 100 francs. S'il gagne, il récupère ses 100 francs, plus 100 francs que lui donne le banquier. S'il perd, le banquier garde les 100 francs engagés par le joueur. Le banquier utilise un dé non truqué à dix faces (la face 1, la face 2, ..., la face 10). Le banquier constitue des groupes de joueurs de la façon suivante. Le groupe 1 est composé de dix joueurs numérotés de 1 à 10. Le joueur 1 gagne toujours. Le groupe 2 comporte



**5. LE PARADOXE DES NEUF CHANCES SUR DIX.** Puisqu'une face sur dix fait perdre, un joueur a neuf chances sur dix de gagner. Mais, puisque quand une partie s'arrête, neuf joueurs sur dix ont perdu, un joueur a aussi neuf chances sur dix de perdre. Qu'est-ce qui ne va pas?

90 joueurs numérotés de 11 à 100. Le groupe 3 comporte 900 joueurs numérotés de 101 à 1 000, etc. Il n'est pas nécessaire que les groupes soient constitués à l'avance.

Le banquier jette le dé à dix faces. S'il obtient un 10, les joueurs 2, 3, ..., 10 du premier groupe ont perdu, et la partie est terminée. Donc, dans un tel cas, neuf joueurs ont perdu et un joueur (le numéro 1) a gagné. Sinon (s'il a obtenu 1 ou 2 ou ... 9 au premier lancer), les dix joueurs du groupe 1 ont gagné, et le banquier jette le dé une deuxième fois. S'il obtient un 10, les 90 joueurs du groupe 2 ont perdu, et la partie est terminée. Donc, dans un tel cas, en tout 90 joueurs ont perdu et 10 joueurs ont gagné. Sinon (s'il a obtenu 1 ou 2 ou ... 9 au second lancer), les

90 joueurs du groupe 2 ont gagné, et il jette le dé une troisième fois. S'il obtient un 10, les 900 joueurs du groupe 3 ont perdu, et la partie est terminée. Dans un tel cas, 900 joueurs en tout ont perdu et  $100 = 10 + 90$  joueurs ont gagné, etc.

Remarquons que, quel que soit le moment de l'arrêt, quand la partie se termine, neuf joueurs sur dix exactement ont perdu, et un sur dix a gagné. Chaque partie du jeu «9 sur 10» est finie (car la probabilité pour qu'on ne tombe jamais sur un 10 est nulle).

La partie a commencé, le banquier est en train de constituer le prochain groupe. Il vous demande si vous acceptez de jouer (sans vous indiquer le numéro que vous aurez). Voici deux raisonnements possibles.

**Raisonnement 1.** Je vais risquer 100 francs, on va jeter le dé. La probabilité pour que je perde est de  $1/10$ , puisque seul le 10 me fait perdre (au premier coup, c'est même un peu moins, puisque le joueur numéro 1 est certain de gagner). Ayant donc plus de neuf chances sur dix de gagner, j'accepte.

**Raisonnement 2.** Parmi tous les gens à qui le banquier propose le jeu et quelle que soit la durée de la partie, il y a exactement neuf joueurs sur dix qui perdent. Si j'accepte de jouer, je serai un joueur quelconque, en rien différent des autres à qui le banquier a proposé le jeu. Comme il y a neuf joueurs sur dix qui perdent, j'ai neuf chances sur dix de perdre. Donc, je refuse.