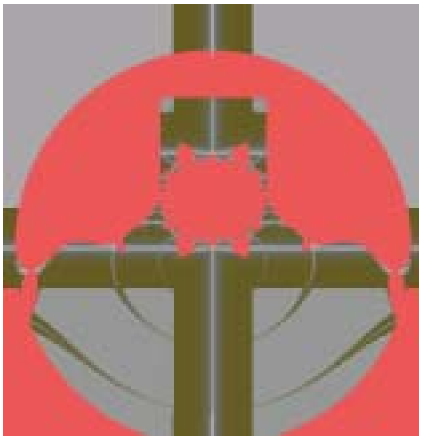


Le beau doit-il être complexe?

JEAN-PAUL DELAHAYE

Le plus ou moins grand dépouillement de l'art peut être chiffré. La théorie mathématique de la complexité peut-elle nous aider à comprendre l'art ?

Affirmer qu'art et science sont deux domaines étrangers est un lieu commun. Il n'est pas besoin de connaître les mathématiques pour créer un objet d'art et nul sens artistique n'est nécessaire pour mener une recherche scientifique ou démontrer un théorème. On sait, bien sûr, qu'il est vain de rechercher «une équation du beau» ou même seulement des critères mathématiques de la beauté.

Pourtant, les études sur $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ ou le nombre d'or $\Phi = (1 + \sqrt{5}))/2$, les merveilles des arts géométriques et décoratifs, la subtilité des tracés préalables des peintres, et plus récemment l'éblouissante beauté des objets fractals tout droit sortis de l'étude des systèmes dynamiques, suggèrent que quelques ponts existent entre artistes et scientifiques. Des théoriciens téméraires vont plus loin et proposent (dans le domaine de la musique en particulier) des méthodes algorithmiques pour produire des œuvres d'art, et conçoivent des formules mathématiques pour mesurer la beauté de certains objets.

Nous ne reviendrons pas sur les considérations souvent excessives et peu convaincantes que de nombreux ouvrages – que l'on trouve au rayon ésotérisme des librairies – consacrent au nombre d'or *(voir l'article de cette rubrique en août 1999)* ou sur l'usage des constructions géométriques utilisées en peinture et en architecture ; nous nous concentrerons sur la question plus contemporaine des rapports entre la complexité et l'art. Cette question grâce aux développements récents de la théorie du calcul a pris une tournure nouvelle intéressante.

Ce qui est très simple peut-il être beau?

À l'opposé du complexe se trouve le simple et le siècle qui vient de se terminer – si prompt dans le domaine de l'art à prendre toute idée minuscule pour une marque de génie – y a bien sûr été de sa provocation sur le thème de la simplicité.

Le mouvement de l'art minimal ou minimalisme (apparenté à l'art conceptuel) a connu une certaine vogue dans les années 1960. Il propose comme œuvres d'art des objets d'une banalité totale. Non pas en exhibant des objets du monde quotidien, comme le fit Marcel Duchamp avec un urinoir ou un porte-bouteilles de récupération qu'il exposa comme œuvres originales (on peut trouver intéressantes les formes complexes de ces objets), mais en proposant des objets si simples que quelques mots suffisent à les décrire totalement. Parmi les œuvres que produisirent les artistes géniaux du mouvement minimaliste, certaines, par leur perfection absolue, doivent être connues d'un large public.

En peinture, le précurseur du mouvement minimalisme fut le peintre russe Kasimir Malevitch auteur du manifeste suprématisme. En 1913, il peint un *Carré noir sur fond blanc* exposé aujourd'hui au Musée de Saint-Pétersbourg (le carré blanc du cadre et le carré noir ont le même centre et la même orientation, le côté du carré noir valant 0,8 fois celui du cadre). Dans l'ouvrage encyclopédique Hachette *L'aventure de l'Art au XX^e siècle* l'auteur de l'article sur le suprématisme de Malevitch écrit : «Il aura fallu au fougueux colosse du courage pour repousser aussi loin – et dans une solitude presque totale – les frontières de la création.» Pourtant Malevitch fit un pas supplémentaire : en 1918, il propose au public une toile dénommée *Carré blanc sur un fond blanc*. Aussi radicale que paraisse cette avancée esthétique du révolutionnaire russe, elle laisse un goût d'inachevé car le carré blanc (penché de 15 degrés et coincé dans un angle) se détache trop clairement sur le fond blanc (en réalité légèrement gris) de sa toile.

Trente années s'écoulèrent avant que l'étape suivante ne soit franchie par le peintre italien Lucio Fontana qui, en 1946,

Extrait de la pièce de Yasmina Reza. Art.
Devant le tableau blanc acheté par Serge, ses deux amis, Marc et Yvan, échangent leurs impressions :

Yvan. Tu vas être étonné…
Marc. Oui…
Yvan. Je n'ai pas aimé… mais je n'ai pas détesté ce tableau.
Marc. Bien sûr. On ne peut pas détester l'invisible, on ne déteste pas le rien.
Yvan. Non, non, il y a quelque chose…
Marc. Qu'est-ce qu'il y a ?
Yvan. Il y a quelque chose. Ce n'est pas rien.
Marc. Tu plaisantes ?
Yvan. Je ne suis pas aussi sévère que toi. C'est une œuvre, il y a une pensée derrière ça.
Marc. Une pensée !
Yvan. Une pensée.
Marc. Et quelle pensée ?
Yvan. De l'accomplissement d'un cheminement…
Marc. Ah ! ah ! ah !
Yvan. Ce n'est pas un tableau fait par hasard, c'est une œuvre qui s'inscrit à l'intérieur d'un parcours….
Marc. Ah ! ah ! ah !
Yvan. Ris, Ris
Marc. Tu répètes toutes les conneries de Serge! Chez lui, c'est navrant mais chez toi, c'est d'un comique !
Yvan. Tu sais Marc, tu devrais te méfier de ta suffisance. Tu deviens aigri et antipathique…

dans un débordement d'imagination fébrile poussa son exubérante originalité jusqu'à réaliser non pas une toile uniformément blanche (ce qui aurait parachevé le travail de Malevitch) mais plusieurs toiles uniformément blanches. Le texan Robert Rauschenberg au début des années 1950 réédita cet exploit (je ne sais pas s'il fut poursuivi pour plagiat). Ces créations, à la témérité intellectuelle inouïe, allaient en entraîner d'autres et c'est ainsi que le peintre Ad Reinhardt consacra toute sa fougue créatrice des années 1960 à 1966 à produire uniquement des toiles noires qu'il exposa dans plusieurs grandes galeries de Manhattan.

Épuisé sans doute par cette apothéose picturale, il mourra en 1967, non sans avoir marqué définitivement son époque puisqu'il figure en bonne place aujourd'hui dans tout ouvrage sur l'art moderne ; ainsi, dans le numéro du 17 octobre 1976 du *New York Times* le respecté critique d'art Hilton Kramer qualifie les tableaux d'Ad Reinhardt «d'ultime manifestation de pureté esthétique». Ad Reinhardt nous a laissé quelques considérations théoriques, dont six principes généraux qui nous aident à saisir la profondeur et la finesse de sa réflexion :
1) Pas de réalisme ou d'existentialisme ; 2) Pas d'impressionnisme ; 3) Pas d'expressionnisme ou de surréalisme ; 4) Pas de fauvisme, de primitivisme ou d'art brut ; 5) Pas de constructivisme, de sculpture, de plasticisme ou d'art graphique : 6) Pas de trompe-l'œil, de décoration intérieure ou d'architecture. (*L'aventure de l'Art au XXe siècle*, 1988).

L'idée des toiles monochromes était si bonne que d'autres artistes la déclinèrent encore, chacun bien sûr en y ajoutant la marque particulière de son inventivité : le Français Yves Klein (1928-1962) produisit ainsi des œuvres monochromes de couleur IKB *(International Klein Blue)* et Pierro Manzoni (1933-1963) réalisa plusieurs tableaux monochromes malheureusement de couleurs différentes. Plusieurs salles de la *National Gallery* à Washington sont consacrées aux explosions créatives de ces artistes exceptionnellement inspirés qui nous laissèrent ces œuvres absolues où rien n'arrête le regard ni n'interrompt la pensée.

Aux États-Unis le mouvement minimaliste s'imposa comme un art majeur, tout particulièrement dans la sculpture. Les œuvres minimalistes de Tony Smith ont été finement qualifiées «d'illustration de la *Gestalt* à unité simple». Une des créations de cet artiste, intitulée *Playground* (1962) est composée de «Quatre parallélépipèdes 1×6×6 disposés comme un S incomplet» (une ligne suffit à décrire l'œuvre). Une autre sculpture *The Black Box* (1962) lui a été suggérée par une boîte servant à ranger des papiers qu'il vit un soir chez un ami. Cette boîte l'obséda pendant la nuit. Il téléphona à son ami : «Je lui demandais de prendre sa règle et de mesurer la boîte. J'ai multiplié les dimensions par cinq, j'ai fait un dessin, je l'ai emporté à l'*Industrial Welding Co.* de Newark et leur ai demandé de le réaliser.»

D'autres œuvres plus complexes (demi-sphères, planches posées contre un mur, etc.) et ne pouvant pas parfois être décrites entièrement en deux lignes (donc moins réussies) furent exposées par des artistes minimalistes aux facultés créatrices inférieures, ou qui, n'arrivant pas à tenir psychologiquement le coup dans cet univers intransigeant du vide intellectuel, flanchaient en se laissant emporter par la tentation de l'absence de néant.

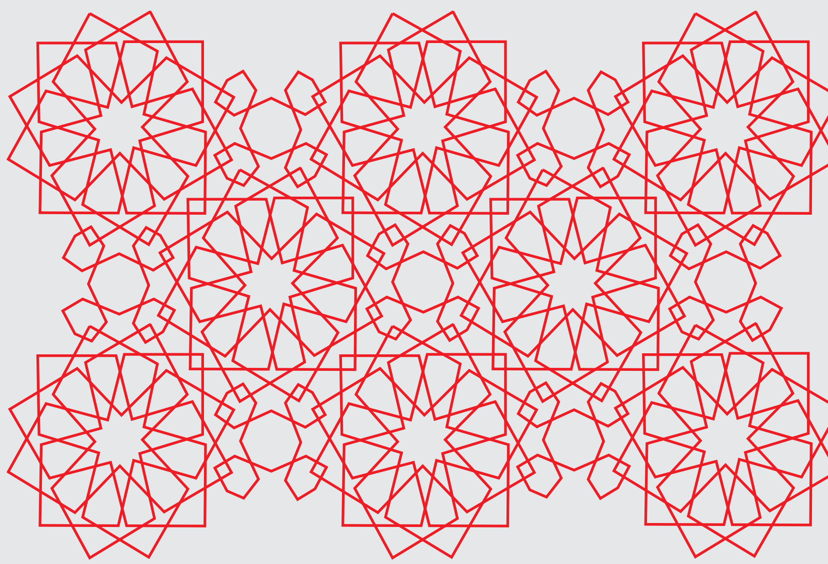
Les lecteurs qui pensent que je recopie un passage d'une nouvelle de J. L. Borges se trompent : ils pourront vérifier que rien n'est inventé, en consultant le livre d'Edward Lucie-Smith *Les mouvements artistiques depuis 1945,* publié en 1999. Notons que l'idée du tableau blanc a été le sujet d'une pièce de théâtre de Yasmina Reza intitulée *Art*. Créée en 1994 en France cette comédie a eut un très grand succès, qui s'est depuis étendu au monde entier. L'intrigue se noue autour d'un tableau blanc acheté 200 000 francs par l'un des personnages, ce qui engendre tumultes et discussions sur l'art contemporain.

En vérité, le mouvement minimaliste est considéré avec une incompréhension totale et un mépris hostile par la totalité des êtres humains à l'exception de quelques gogos et artistes intéressés ; avec un génie commercial qui mérite l'admiration, ils ont réussi à vendre leur «travail» à des musées publics ou privés à des prix respectables (*Newsweek* du 15 mars 1965 mentionne des

CODAGE, COMPLEXITÉ ET SYMÉTRIES

```
0000000000000000000000000000000011111111111111111111111100000000000000000000000000000000
0000000000000000000000000000000010100000000000000000010100000000000000000000000000000000
0000000000000000000000000000000010010000000000000000100100000000000000000000000000000000
0000000000000000000000000000000010001000000000000010000100000000000000000000000000000000
0000000000000000000000000000000010000010000000000100000100000000000000000000000000000000
0000000000000000000000000000000010000000100000010000000100000000000000000000000000000000
0000000000000000000000000000000010000000010000100000000100000000000000000000000000000000
0000000000000000000000000000000010000000000110000000000100000000000000000000000000000000
0000000000000000000000000000000010000000000110000000000100000000000000000000000000000000
0000000000000000000000000000000010000000010000100000000100000000000000000000000000000000
0000000000000000000000000000000010000000100000010000000100000000000000000000000000000000
0000000000000000000000000000000010000010000000000100000100000000000000000000000000000000
0000000000000000000000000000000010000100000000000010000100000000000000000000000000000000
0000000000000000000000000000000010010000000000000000100100000000000000000000000000000000
0000000000000000000000000000000010100000000000000000010100000000000000000000000000000000
0000000000000000000000000000000011111111111111111111111100000000000000000000000000000000
```

Un exemple de programme pour décrire un dessin consiste en un codage : on met des 1 aux endroits où passe un trait et 0 ailleurs. Le nombre de bits total est une borne supérieure de la complexité de Kolmogorov du dessin. En donnant par exemple le nombre de bits consécutifs identiques (au lieu d'en donner la liste), on obtient une version comprimée de l'image.
Les œuvres de l'art islamique sont souvent construites autour de principes géométriques simples que l'on ne comprend qu'en les regardant attentivement. Leur complexité de Kolmogorov est faible. La beauté ne demande donc pas une grande complexité de Kolmogorov.



Inversement, un motif aléatoire ne peut être comprimé et sa complexité est grande, mais il n'en est pas beau pour autant.

COMPLEXITÉ DE KOLMOGOROV ET VALEUR ESTHÉTIQUE

La complexité de Kolmogorov d'une oeuvre d'art est la taille du plus petit programme d'ordinateur qui permet de spécifier complètement cette oeuvre d'art.
La complexité de Kolmogorov peut servir à exprimer notre désir qu'une ouvre ne soit pas trop simple : pour pouvoir prétendre être une oeuvre d'art un objet doit dépasser un seuil de complexité de Kolmogorov. Ce seuil est sans doute autour de 100 bits. Il ne faut cependant pas déduire de l'existence de ce seuil que plus la complexité de Kolmogorov est grande, plus un objet a des chances de paraître beau.

Les images 1 et 2 ont une complexité de Kolmogorov à peu de chose près égale. Pourtant, tout le monde s'accordera à trouver que l'image 1 est plus belle que l'image 2. La beauté n'est pas liée seulement à la complexité de Kolmogorov.

prix entre 1500 et 12000 dollars pour les monochromes de Reinhardt). Le mouvement minimaliste nous intéresse car il nous conduit à la question : un objet très simple, complètement décrit par quelques mots peut-il être considéré comme beau ? Là encore, la quasi totalité de l'humanité répond sans hésitation : non. Si la définition d'un objet se réduit à trois fois rien, si n'importe qui peut s'en faire facilement une copie, cet objet n'est ni beau ni laid. L'objet esthétique doit comporter un minimum de contenu informationnel : le vide, le rien, le néant n'ont pas de valeur artistique sauf chez les snobs, les escrocs et les fous.

La complexité de Kolmogorov

Puisqu'un accord, à peu près unanime, concernant la simplicité des œuvres d'art semble exister, la complexité de Kolmogorov qui donne un sens rigoureux au concept de simplicité pourrait être le premier élément mathématique pertinent pour la formulation de critères formels généraux concernant l'esthétique.

La complexité de Kolmogorov d'un objet est la taille du plus petit programme d'ordinateur qui spécifie complètement cet objet. Pour un dessin ou une peinture, c'est la taille du plus petit programme qui permet de reproduire l'image de l'œuvre sans rien perdre de ce que nous en percevons. L'idée de Kolmogorov est simplement de rendre formelle l'intuition commune que «le simple est ce qui se dit en peu de mots» et «le complexe est ce qu'on ne réussit pas à comprimer quoi qu'on fasse».

Pourvu qu'on utilise un langage informatique assez puissant (un langage «universel»), la complexité de Kolmogorov ne dépend que très peu du langage choisi pour mesurer la taille des programmes. C'est d'ailleurs cette invariance qui rend la notion intéressante. La notion de langage universel va être importante pour la suite et mérite quelques précisions. À la suite de l'article fondateur de la théorie de la calculabilité publié en 1936 par le mathématicien britannique Alan Turing on a découvert que dès qu'un langage de programmation comporte un minimum d'opérations (boucle «pour», opérateur «si… alors… sinon…», «go to», opérations arithmétiques +, –, ×, etc.) alors toute fonction programmable dans un langage informatique quel qu'il soit est programmable dans ce langage. Autrement dit, dès qu'une certaine puissance de programmation est atteinte, un langage informatique peut servir à programmer toute fonction qui peut l'être (les vitesses de calcul ne sont pas prises en considération, seuls les résultats comptent).

Les langages qui possèdent ce minimum de puissance sont dit universels et la grande majorité des langages utilisés en informatique aujourd'hui le sont. La taille du programme minimum permettant par exemple de décrire *La Joconde* différera peu d'un langage de programmation universel à un autre et c'est cette taille, notée *K(Joconde)*, qui constitue la complexité de Kolmogorov de la Joconde. En revanche, si un langage *L* n'est pas universel la taille du programme minimum qui dans ce langage décrit *La Joconde* sera bien plus grande que *K(Joconde)*. Si *L* par exemple ne permet que de décrire une image qu'en la codant par un programme du type :
«image de taille 1000 x 1000 ; pixel 1 : couleur 216 ; pixel 2 : couleur 2111 ; … ; pixel 100000 : couleur : 521»,
alors il est clair qu'aucune description courte de la Joconde ne sera possible. Un langage un peu plus riche qui permettrait de représenter une image par un codage du type : «image de taille 1000 × 1000 ; pixel de 1 à 23 : couleur 212 ; pixel de 24 à 32 ; couleur 332, etc.» autoriserait une représentation plus courte des images, et surtout de celles qui comportent de grandes plages de couleur uniforme.

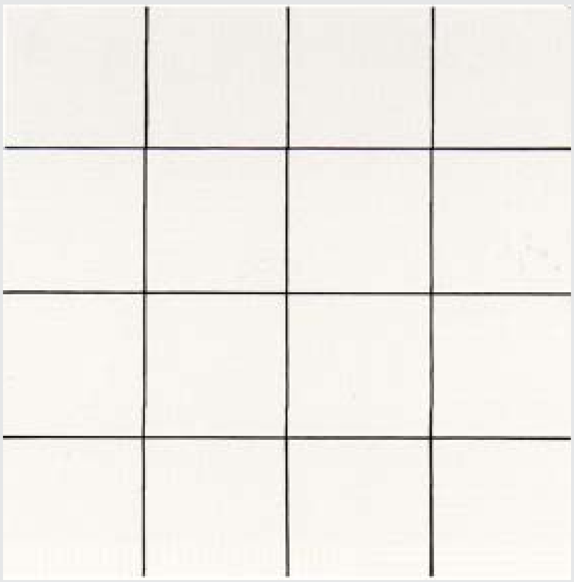
À côté de la complexité de Kolmogorov *K(ob)* d'un objet *ob*, définie en faisant référence à la taille du plus petit programme décrivant *ob* (avec un langage universel), il est utile d'envisager la complexité de *ob* relativement à *L*, *L* étant un langage non universel, définie comme la taille du plus petit programme qui définit l'objet *ob* dans le langage *L*, et que nous noterons $Comp_L(ob)$.

On ne peut calculer la complexité de Kolmogorov *K(ob)* avec exactitude que dans des cas très rares. Lorsque *L* est un langage simple, $Comp_L(ob)$ est plus facilement calculable.

Les algorithmes de compression de données, très utilisés en informatique aujourd'hui, sont souvent fondés sur des langages non universels : l'algorithme de compression recherche un codage de l'objet que l'on veut comprimer. Ce codage est une sorte de programme utilisé par l'algorithme de décompression. La taille de la version comprimée de l'objet *ob* est donc une mesure de

MORELLET, ARTISTE PROVOCATEUR ET STIMULANT

Les œuvres de l'artiste François Morellet, à qui la Galerie Nationale du Jeu de Paume a rendu un hommage en janvier 2001, sont une exploration parfois provoquante du problème de la complexité et de l'art. La plupart de ses œuvres sont proches du seuil de complexité en dessous duquel il est impossible de qualifier un objet de beau ou de laid. Certaines n'atteignent pas ce seuil, et on reste étonné, comme pour les peintures monochromes de Reinhardt, qu'elles puissent avoir une valeur marchande (tant mieux pour lui).



ADAGP

À droite, *16 carrés 1953* L'artiste «a cherché à minimiser le nombre de décisions prises pour terminer son travail et, sans oser un tableau tout blanc, s'en est approché». La complexité de cette peinture n'atteint pas le seuil minimum que la majorité d'entre nous exigeons pour qualifier un objet d'œuvre artistique.

À gauche, *Répartition aléatoire de 40 000 carrés 50% rouge, 50% marron 1961.* On admire la patience qu'il faut pour réaliser de telles peintures. Ce travail pose un problème. Il ne satisfera guère la majorité des amateurs qui ne lui attribueront pas le statut d'œuvre d'art : d'une certaine façon ce tableau est aussi vide qu'un tableau monochrome. Pourtant sa complexité de Kolmogorov est assez importante car 40 000 choix aléatoires correspondent à une complexité de Kolmogorov de 40000 bits. La solution à cet apparent paradoxe est que cette œuvre ne satisfait pas le critère de Yéléhada : toute la complexité étant concentrée sur le seul choix de la couleur des carrés, un langage de description élémentaire *L* réussit très bien à compresser ce tableau, conduisant à une valeur presque égale de *ComplL(ob)* et *K(ob)*. Ce tableau illustre donc parfaitement qu'une complexité de Kolmogorov importante ne suffit pas toujours à produire une œuvre, et que le critère de Yéléhada pourrait bien être une condition nécessaire pour qu'un objet possède une valeur artistique.

π ironicon. Métal à partir des décimales de Pi. Cette série de travaux, que, là encore, il est difficile de considérer comme beaux ou laids est construite à partir des décimales du nombre π qui sont utilisées par F. Morellet non pas parce que ce sont les décimales de π, mais parce que cela lui assure de ne pas faire les choix (des angles entre les segments) lui-même. Celui qui le souhaite peut vérifier que l'œuvre n'est pas truquée : les angles n'ont pas été choisis par l'artiste «pour faire beau», mais sont imposés par une règle contrôlable.

Un tel objet possède une faible complexité de Kolmogorov (car les décimales de pi ont une faible complexité de Kolmogorov), mais ne diffère pas sur le plan esthétique d'un objet équivalent où les angles auraient été choisis avec un dé et qui lui aurait une complexité de Kolmogorov élevée (mais ne satisferait pas le critère de Yéléhada). Ces objets montrent donc que notre jugement esthétique ne peut pas prendre en compte certaines régularités algorithmiques que l'esprit ne perçoit pas : utiliser les décimales de π ou une suite aléatoire ne change pas la valeur esthétique, mais peut changer profondément la complexité de Kolmogorov et la nature mathématique des objets. Le concept de profondeur de Bennett qui, dans les deux cas, serait ici faible, permettra peut-être de traiter de telles situations délicates.

$Comp_L(ob)$ pour un certain langage L non universel, et c'est donc aussi une approximation par excès de $K(ob)$. Sans le savoir, à chaque fois que nous comprimons des données, nous évaluons $Comp_L(ob)$ et majorons $K(ob)$.

Kolmogorov et la beauté

Munis de ces concepts nous revenons à notre problème des rapports entre beauté et complexité.

Nous avons admis avec le sens commun qu'une condition nécessaire pour qu'un objet ait une valeur esthétique est qu'il possède un contenu informationnel minimum. En termes mathématiques, un objet *ob* ne peut prétendre être une œuvre d'art que si $K(ob)$ est supérieur à un certain seuil. Ce seuil peut être situé autour de 100 bits (après une transcription en langage binaire, la taille des programmes est mesurée par le nombre de chiffres binaires ou bits, pour *binary digit)*. Certains amateurs seront enclins à plus de tolérance et accepteront peut-être que des objets de 50 bits puissent être considérés comme œuvres artistiques, d'autres plus intransigeants fixeront peut-être le seuil à 200 bits, voire à 1000 bits, mais il ne fait aucun doute qu'une toile monochrome (de l'ordre de 20 bits), une sculpture réduite à un parallélépipède (de 20 à 30 bits environ) ne passeront pas ce seuil en dessous duquel parler d'œuvre ou de beauté n'a pas de sens.

Trois remarques que nous allons détailler limitent l'intérêt de la complexité de Kolmogorov considérée seule pour produire des jugements esthétiques :

A) Un fort contenu en information (mesuré par $K(ob)$) n'est pas suffisant pour qu'un objet soit beau.

B) Un fort contenu en information n'est pas nécessaire (seul un contenu minimum l'est).

C) Deux objets ayant le même contenu en information peuvent avoir des valeurs esthétiques très différentes.

Avant de détailler les justifications des affirmations A et B et C, tirons-en les conséquences : la complexité de Kolmogorov, même si elle doit intervenir dans l'élaboration de critères esthétiques formels, ne sera jamais une «mesure de beauté» à elle seule. D'autres idées (mathématisables ou non), doivent être prises en compte.

Une image aléatoire (par exemple des points noirs ou blancs tirés au hasard avec une pièce de monnaie et composant une image 1000×1000) aura une grande complexité de Kolmogorov (environ 1 000 000 bits car les objets aléatoires sont ceux qui ont la plus grande complexité de Kolmogorov possible) alors que pourtant sa valeur esthétique ne dépasse pas celle d'une toile toute blanche ou toute noire qui n'a pas de beauté. Cette remarque justifie l'affirmation A.

Certaines formes très pures et donc assez simples (celles par exemple utilisées par le mouvement *Art Nouveau*, dans les dessins géométriques des motifs décoratifs de l'art islamique, etc.) sont très belles. La beauté ne nécessite donc pas toujours une très grande complexité. C'est le point B.

Deux photographies l'une correctement cadrée l'autre non, ou deux dessins l'un très beau, l'autre obtenu en découpant le premier en cent morceaux carrés et en en inversant l'ordre, ou deux images l'une représentant un beau visage souriant, l'autre un visage disproportionné et grimaçant auront dans chaque cas une complexité de Kolmogorov proche alors que leurs valeurs esthétiques seront nettement différentes. Ces exemples montrent sans équivoque le point C : la complexité de Kolmogorov n'est pas, à elle seule, une mesure de beauté.

Le secret des fractals

Pour le point B, nous aurions pu prendre en considération les images fractales, lesquelles méritent une analyse plus fine. Les images fractales sont le plus souvent considérées comme belles et complexes. Or leur complexité est une illusion car les images fractales sont le résultat de formules courtes et peuvent être définies en utilisant des programmes simples tenant en quelques lignes : leur complexité de Kolmogorov est souvent largement inférieure à 1 000 bits. Leur apparente complexité provient des calculs, longs si nous devions les mener à la main, qui transforment les définitions mathématiques courtes en images. Avec un langage ayant peu d'instructions (un langage non universel L), un objet fractal ne peut pas être défini brièvement, alors qu'avec un langage universel, il peut se définir brièvement : $Comp_L(ob)$ est bien plus grand que $K(ob)$.

La même remarque peut être faite pour nombre d'objets géométriques à l'apparence complexe, mais qui, au sens de la complexité de Kolmogorov, ne le sont pas : c'est le cas des motifs de l'art géométrique islamique, c'est le cas des peintures de Victor Vasarely et d'une manière générale de tous les objets bi ou tridimensionnel qui comportent beaucoup de symétries, de motifs répétés, des variations à partir d'une même forme, de régularités nombreuses dans les dessins ou les couleurs, toutes choses qui diminuent la complexité de Kolmogorov sans faire baisser $Comp_L(ob)$ lorsque L est un langage non universel trop simple.

$Comp_L(ob)$ mesure la complexité apparente, celle que ressent un spectateur qui ne comprend les choses que superficiellement (selon ce que L permet d'exprimer), alors que $K(ob)$ mesure la vraie complexité, faible pour les objets fortement structurés, très organisés ou soigneusement agencés ou régis par des lois de compositions cachées qu'un regard immédiat ne réussit pas à démêler.

De cela nous tirons une recette pour produire des objets procurant un plaisir esthétique important : il faut s'arranger pour que $K(ob)$ soit bien inférieur à $Comp_L(ob)$ mesurée avec un langage L non universel. Le langage L qu'il faut choisir pour une bonne efficacité de ce procédé doit être lié à notre système de perception ; c'est un langage simple comme ceux évoqués plus haut, ou un de ceux utilisés par les algorithmes de compression.

Le critère énoncé par Roland Yéléhada en 1995 est ainsi : plus l'écart entre $K(ob)$ et $Comp_L(ob)$ est grand, pourvu que $K(ob)$ ne soit pas trop petit, plus l'objet *ob* a des chances d'apparaître beau.

Il ne faut pas croire que tout est réglé par cette proposition, car, là encore, il est facile de trouver des exemples prouvant que ce critère n'est pas la clef ultime du beau : un tableau composé à partir d'un million de chiffres binaires de π, chacun donnant un point blanc ou noir présente un aspect gris uniforme et satisfait le critère de Yéléhada (le programme de calcul de π est simple). Pourtant un tel tableau a la même valeur esthétique nulle qu'un tableau obtenu à partir d'un million de points aléatoirement pris blancs ou noirs, tableau qui ne satisfait pas le critère de Yéléhada. Ce critère énonce une condition nécessaire, mais non suffisante.

Beautés de Birkhoff et de Bennett

Rapprochons ces considérations fondées sur la complexité de Kolmogorov de celles du physicien George Birkhoff qui, en 1933, sans se référer à la théorie du calcul (laquelle naissait tout juste à l'époque), mentionne l'idée de complexité pour formuler des critères formels de beauté. Birkhoff soutenait en effet qu'une mesure de la beauté d'un objet est donnée par le rapport : O/C où O désigne la quantité d'ordre et C la complexité. Les quantités C et O devant, pour chaque catégorie d'objets, être précisées de manière adéquate.

Cette théorie a été appliquée avec quelques succès dans certains cas particuliers (vases, ponts, musique, etc.), mais possède le défaut de devoir être adaptée à chaque fois en choisissant de manière assez artificielle les définitions de O et C. Les propositions tirées de la

***Muse endormie* de Brancusi *(à gauche)* : la complexité de l'œuvre n'est pas grande, mais la stylisation, qui fait ressortir la pureté du visage, en fait une œuvre d'art. La sculpture «monumentale» inspirée de l'artiste suisse Max Bill *(à droite)* est d'une simplicité géométrique minimale, un tore coupé en deux. Max Bill a toujours été inspiré par la topologie des formes géométriques simplissimes.**

théorie du calcul possèdent une portée plus générale et c'est pourquoi Misha Koshelev a proposé en 1999 de reprendre les idées de Birkhoff avec les outils d'aujourd'hui : c'est-à-dire une variante de la théorie de la complexité de Kolmogorov où le temps de calcul des programmes est pris en compte. Cette idée est en cours d'expérimentation et pourrait automatiser, dans certains cas, les choix à faire lors de la mise au point de formes pour des objets industriels.

Deux idées proposées par Charles Bennett en 1988, à l'occasion d'une recherche de définition formelle du concept d'organisation à partir de la théorie du calcul, semblent aussi pertinentes.

La notion de profondeur logique de Bennett est définie comme le temps de calcul du programme le plus court qui produit un objet *ob*. Cette mesure de la quantité d'organisation que contient un objet semble aussi mesurer la longueur du processus d'élaboration qui a conduit à l'objet *ob*. Bien souvent, les objets ayant un intérêt esthétique sont le résultat de longues maturations et de soigneuses élaborations (l'art au XXe siècle s'est laissé aller à de nombreuses provocations sur ce thème). Des rapports intéressants sont sans doute à découvrir entre profondeur logique et valeur esthétique, l'une et l'autre variant souvent en parallèle.

La notion d'objet cryptique proposée par Bennett concerne aussi la théorie esthétique formelle : un objet cryptique est, par définition, un objet dont le calcul à partir de la définition n'est pas très long, alors qu'il est très difficile d'en retrouver la définition à la vue de l'objet : le secret de fabrication d'un objet cryptique est difficile à découvrir. Les objets fractals sont de cette catégorie car, mises à part les fractales classiques représentées en totalité, il est impossible en pratique de retrouver à partir d'un dessin fractal ou d'une de ses parties (résultant d'un zoom), la formule qui a produit le dessin. Les idées tirées de la théorie du calcul ne manquent pas pour aller plus loin que ce qu'indique déjà la complexité de Kolmogorov.

Ces approches, que les esprits chagrins qualifieront naturellement de réductionnistes, n'en restent pas moins intéressantes sur un plan philosophique, et montrent que la théorie du calcul porte des fruits bien au-delà des domaines technologiques. De plus ces définitions introduisent dans les réflexions sur l'art des idées qu'on peut envisager de tester expérimentalement, ce que certains chercheurs ont commencé à faire.

Restons cependant lucide sur ce qu'on peut espérer capter de la nature du beau, car il semble exclu par avance qu'une théorie fondée uniquement sur des considérations mathématiques puisse couvrir tous les aspects de l'expérience esthétique humaine. En effet, les critères qui font qu'un visage, une allure, un personnage, un bâtiment, un paysage, etc. sont jugés beaux sont certainement liés à des données propres à notre espèce (le beau pour le crapaud, c'est la crapaude). Comme ces critères varient aussi d'une époque à l'autre et d'une société à l'autre, il est clair qu'aucune formule mathématique ne les captera en totalité. L'approche mathématique ne peut réussir qu'à cerner le noyau mathématique de l'esthétique : ce noyau fait que certains dessins, certaines musiques, certains monuments sont universellement reconnus beaux indépendamment des époques et des lieux. La complexité de Kolmogorov, le critère de Yéléhada, la notions d'objet cryptique, les versions modernes du rapport de Birkhoff sont des pistes qu'il faut explorer plus avant en restant modeste dans les objectifs qui ne concernent que le noyau abstrait de l'esthétique.

Misha KOSHELEV, *Towards The Use of Aesthetics in Decision Making : Kolmogorov Complexity Formalizes Birkhoff's Idea.*, in *Bulletin EATCS (European Association for Theoretical Computer Science)*, pp. 166-170, octobre 1998.

M. LI, P. M. B. VITANYI, *An Introduction to Kolmogorov Complexity and Its Applications*, Springer-Verlag, 1993.

Edward LUCIE-SMITH, *Les mouvements artistiques depuis 1945*, Éditions Thames & Hudson, Londres, Paris 1999.

Roland YÉLÉHADA, *Critères esthétiques et complexité mesurée par des langages non universels,* in *Papanhoelle Journal,* vol. 15, n° 9, pp. 15-30, juin 1995.