La musique mathématique de Tom Johnson

Les dessins de l'art islamique sont de purs objets mathématiques ; Tom Johnson défend une conception analogue pour la musique.

Leibniz soutient que : « La musique est un exercice d'arithmétique secrète où l'esprit ne réalise pas qu'il compte. » Bien longtemps avant, le mythique Pythagore avait reconnu que l'harmonie musicale exploite des rapports simples entre nombres entiers. Une multitude de liens entre mathématiques et musique ont été découverts ou introduits, puis étudiés et utilisés par les concepteurs d'instruments ou les compositeurs. D'où l'affirmation excessive que rien ne distingue musique et mathématiques. L'arithméticien Jean-Paul Allouche a raison de se moquer : « Ceux qui disent que mathématiques et musique sont une même chose ne comprennent ni les mathématiques ni la musique. »

Les rapports entre les deux disciplines sont multiformes. Haydn, Bach, Mozart, Chopin et bien d'autres compositeurs ont utilisé systématiquement les opérations géométriques que sont la translation (une séquence musicale est recopiée plusieurs fois, décalée dans le temps ou en hauteur) et la symétrie (une séquence est jouée à l'envers ou une séquence est recopiée en échangeant les intervalles montants et intervalles descendants). Plus difficile à confectionner, Haydn pour sa *Symphonie n° 47* a conçu un menuet palindromique : le jouer de la première note à la dernière ou le jouer de la dernière note à la première revient au même. Mozart, son contemporain, a écrit un canon à deux voies ne nécessitant qu'une seule partition : les deux interprètes placent la feuille entre eux et la déchiffrent, l'un à l'endroit, l'autre à l'envers. Mozart, en 1791, a aussi inventé la musique aléatoire : à partir d'une partition et de lancés de dés que vous ferez vous-même, il propose un procédé – aujourd'hui un algorithme – pour que chacun écrive son propre morceau de musique… qui ressemblera à un morceau du grand Amadeus.

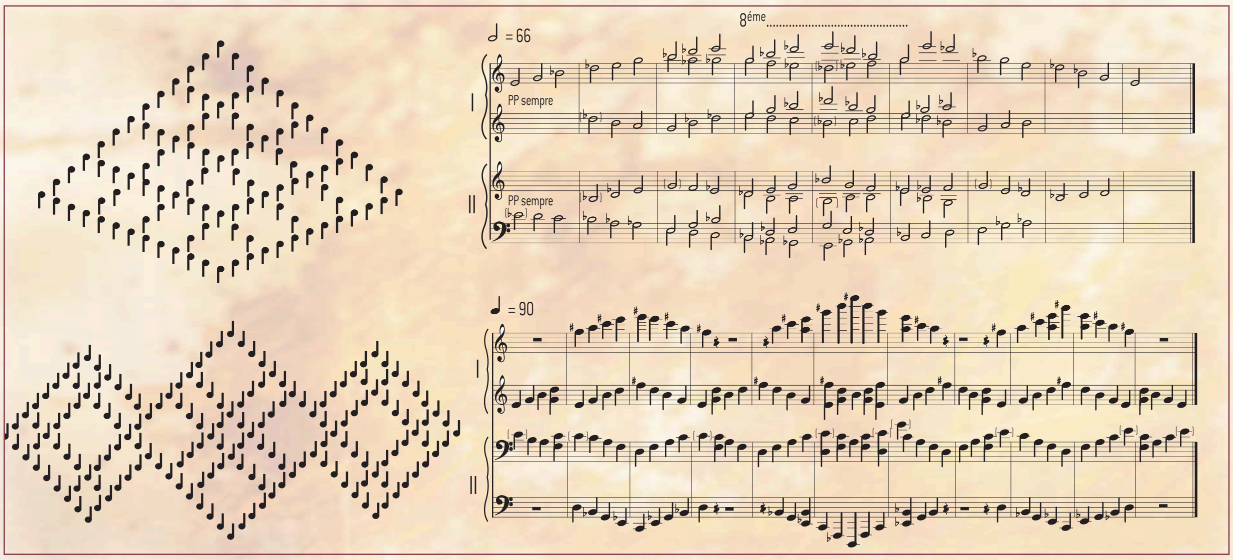
Malgré ces essais et bien d'autres au XX^e^ siècle, rares sont les musiciens qui conçoivent leurs morceaux comme des structures entièrement organisées par un schéma mathématique inaltérable, sans hasard, ni fantaisie. C'est assez récemment qu'a été proposée la construction de pièces musicales comme de purs objets formels fondés sur des principes mathématiques déterminant toute, ou presque toute, la composition.

Le musicien qui a exploré avec le plus de soin et de talent cette conception de l'écriture musicale est Tom Johnson auquel nous allons consacrer cette rubrique. Certaines de ses œuvres sont d'étonnantes réussites qui proviennent d'un examen approfondi des structures logiques, géométriques ou arithmétiques susceptibles d'agencer des notes ; Tom Johnson fait intervenir dans ses compositions des idées mathématiques inattendues qu'il choisit avec un sens esthétique délicat.

Tom Johnson est né dans le Colorado en 1939, il a vécu à New York pendant 15 ans, travaillant comme critique musical pour la revue *The Village Voice.* Depuis 1983, il habite Paris où il poursuit son travail de compositeur en compagnie de son épouse Esther Ferrer (artiste dont plusieurs œuvres utilisent les nombres premiers). On classe généralement Tom Johnson parmi les artistes minimalistes, car, dans ses compositions, il réduit le plus possible le matériel sonore utilisé ou les règles au cœur de sa musique. Il jouit d'une grande notoriété due en particulier à ses œuvres lyriques dont l'*Opéra de quatre notes* qui a été monté plus de cent fois depuis sa création à New York en 1972. Cet opéra, bien que n'utilisant que quatre notes – *la, si, ré, mi* – est d'une facture assez classique et n'entre pas dans la classe de ce qu'on peut dénommer ses travaux mathématiques.

Le catalogue d'accords

Les œuvres à base mathématique auxquelles il consacre maintenant l'essentiel de son temps seront décrites une par une, car malgré la simplicité du résultat final, elles résultent le plus souvent de longs et soigneux processus d'élaboration et de sélections. Évoquons d'abord une œuvre minimaliste par excellence : le catalogue d'accords *(The Chord Catalogue)* conçu en 1986. L'idée est particulièrement simple : partant des 13 notes de la gamme tempérée *do*, *do#*, *ré*, *ré#*, *mi*, *fa*, *fa#*, *sol*, *sol#*, *la*, *la#*, *si*, *do*, Tom Johnson affirme, avec raison, qu'il existe 8 178 accords : on associe les notes par deux, puis par trois, etc., soit 2^{13} = 8 192 sous-ensembles possibles d'un ensemble à 13 éléments, mais l'accord vide (aucune note) et les 13 « accords » d'une seule note n'en sont pas vraiment et, en les retirant, on obtient 8 192 – 14 = 8 178 accords.



1. De la symétrie géométrique à la symétrie sonore. Dans son œuvre *Symmetries* qui comporte 49 petites pièces pour piano à quatre mains, le musicien Tom Johnson dessine sur la partie gauche de la partition un schéma symétrique et sur la partie droite il l'harmonise. Cette mise en musique de formes géométriques est une des méthodes de sculpture mathématique sonore inventée par ce compositeur américain vivant en France, qui depuis plus de 20 ans recherche avec grand soin de nouveaux procédés pour organiser des suites de notes et des accords à partir d'idées logiques, arithmétiques ou géométriques.

Museo Vostel, Malpartida de Caseres, Espagne

2. *Galileo*. Pour cette œuvre récente, Tom Johnson a non seulement écrit la partition, mais créé un instrument nouveau, nommé *Galileo*. Il s'agit d'une série de cinq tiges métalliques sonores accrochées au bout de fils et qui se balancent durant l'exécution du morceau, créant autant de pendules. La longueur des cordes a été choisie de telle façon que les pendules les plus rapides aient une période de 1/2, 2/3, 3/4, 4/5 de la période du plus lent. La partition que Tom Johnson exécute avec son instrument est une exploration systématique de tous les rythmes créés par l'utilisation de deux pendules quelconques, puis trois, puis quatre, puis cinq.

3. Les Vaches de Narayana

Certains problèmes de mathématiques récréatives deviennent des morceaux de musique. C'est le cas du problème des *Vaches de Narayana* que Tom Johnson découvrit dans un livre de Andrej Konforovitch. Le problème qui suit doit son nom au mathématicien indien Pandit Narayana (1340-1400).

Une vache donne naissance à une autre tous les ans en début d'année, qui elle-même donne naissance à une autre chaque année à partir de sa quatrième année. Partant d'une vache qui vient de naître, combien y en a-t-il au bout de 20 ans ? La suite du nombre de vache, année après année, est 1, 1, 1, 2, 3, 4, 6, 9, 13, 19, etc. La règle étant donnée par $S(n) = S(n-1) + S(n-3)$.

La représentation des vaches se fait par un chiffre : 1 pour une vache dans sa première année ; 2 pour une vache dans sa deuxième année ; 3 pour une vache dans sa troisième année et 4 pour une vache à partir de la quatrième année. Partant de 1, on a successivement les troupeaux :
1 ; 2 ; 3 ; 4+1 ; 4+1+2 ; 4+1+2+3 ; 4+1+2+3+4+1 ; 4+1+2+3+4+1+4+1+2 ; 4+1+2+3+4+1+4+1+2+4+1+2+3 ; 4+1+2+3+4+1+4+1+2+4+1+2+3+4+1+2+3+4+1...

L'opération de transformation d'une suite en une autre porte le nom de morphisme itéré avec délais et n'a été étudiée que très récemment. Tom Johnson avec le mathématicien Jean-Paul Allouche spécialiste de ce type de structures mathématiques (il a écrit le livre de référence sur le sujet : J.-P. Allouche et J. Shallit, *Automatic sequences, Cambridge, University Press,* 2003) ont fait de ces suites la base de son morceau *Narayana's Cows* que le saxophoniste Kientzy a enregistré en 2004 (*Pogus Production*, P21033-2).

L'intérêt musical de ces suites réside dans le fait que, sans jamais se répéter périodiquement, chacune possède une unité structurelle propre que l'oreille perçoit.

Plus généralement, toute règle qui engendre des suites possédant des régularités mathématiques est susceptible d'engendrer une musique intéressante. Au-delà des symétries et répétitions diverses que les compositeurs utilisent depuis toujours, d'autres redondances plus subtiles sont musicalement intéressantes et devraient être utilisées systématiquement par les compositeurs. Le travail de Tom Johnson enrichit le catalogue des procédés musicaux d'écritures.

L'écriture de l'œuvre a consisté à ordonner ces 8 178 accords. Les accords de deux notes sont joués en premier en partant de ceux utilisant les notes les plus basses. Si on désigne par 1, 2, 3…, 13, les treize notes de la gamme, l'œuvre débute par les 78 accords 1–2, 1–3, 2–3, 1–4, 2–4, 3–4, 1–5, 2–5, 3–5, 4–5, etc., jusqu'à 12–13. Suivent les 286 accords à trois notes qui sont joués selon le même principe : 1–2–3, 1–2–4, 1–3–4, 2–3–4, etc. Le dernier accord du morceau est l'accord assez fortement dissonant constitué des 13 notes jouées simultanément. Tom Johnson précise qu'une pause doit être insérée à chaque fois que la note la plus haute change. Écrire la partition ne consiste pas à recopier sur une portée les 8 178 accords, mais à décrire l'algorithme d'énumération comme nous venons de le faire.

Bien sûr, une telle partition est facile à faire jouer à un ordinateur et le programme qui exécutera la partition n'occupera que quelques lignes. En ce sens, il s'agit d'une musique minimaliste. Cependant l'œuvre est captivante lorsqu'elle est interprétée par un être humain qui lui donne une tension particulière. L'œuvre, qui dure environ une heure, est difficile à jouer. Tom Johnson, qui n'y est arrivé qu'après plusieurs mois d'entraînements assidus, affirme qu'un seul autre musicien, Samuel Vriezen, réussit à jouer cette partition, et l'interprète plus régulièrement et un peu plus rapidement que lui.

Lors de l'interprétation de l'œuvre, toute erreur sera immanquablement perçue par un auditeur attentif. La structure rigoureuse évite toute répétition d'accords et fait entendre des montées de notes imbriquées, là encore, sans jamais que la même situation ne se répète. En un sens, ce catalogue pourrait être qualifié de maximaliste !

Symétries

Introduisant un peu plus de fantaisie, les 49 morceaux de l'œuvre intitulée *Symmetries* explorent simultanément la symétrie géométrique et sa traduction musicale. Chaque morceau provient d'un dessin réalisé avec une machine à écrire la musique comme on en fabriquait il y a quelques années avant la mise au point de traitements de texte musicaux spécialisés. Chaque dessin est une création géométrique utilisant comme éléments graphiques de base les notes – rondes blanches, noires, croches, etc. – et les symboles musicaux usuels dessinés sans faire apparaître les portées *(figure 1),* le tout possédant une structure évidente. Cette musique conceptuelle, comme la qualifie Tom Johnson, fut d'abord publiée telle quelle en 1981. Le musicien qui achetait la « partition » devait donc soit se contenter de l'admirer comme on le fait d'une série de gravures, soit choisir lui-même les notes précises dessinées dans le vide, s'il voulait l'entendre.

Tom Johnson a plus tard complété son travail en associant à chaque dessin une harmonisation pour piano à quatre mains conforme au schéma géométrique et cette fois-ci dessinée sur des portées. Cette mise en rapports de structures géométriques et de structures sonores est très réussie. *Symmetries* a été interprétée plusieurs fois en public, souvent les organisateurs y ont associé la projection des schémas géométriques initiaux de la « partition ».

Musiques pour quatre-vingt-huit

Un peu comme les membres de l'*Oulipo* (Ouvroir de Littérature Potentielle) qui s'imposent des règles secrètes contraignant leurs textes (par exemple ne pas utiliser le « e »), Tom Johnson dans sa suite *Musiques pour quatre-vingt-huit* utilise des règles tirées des mathématiques et fondées sur l'exploitation systématique des 88 touches d'un piano moderne.

Le premier morceau est une série de phrases musicales conçues de telle manière que chacune utilise une fois et une seule chacune les 88 touches du piano. Divers schémas arithmétiques commandent ces phrases fondées sur des décompositions numériques de 88 : $88 = 2 \times 44$, $88 = 4 \times 11$, $88 = 4 \times 22$, $88 = 8 \times (8+3)$, $88 = 12 \times 4 + 5 \times 8$, etc.

La partition n'est pas l'écriture note après note des séquences à jouer, mais la présentation du début juste nécessaire pour que l'interprète saisisse la logique de l'ensemble et en devine le reste. Une fois les premières notes écrites, le compositeur fait suivre la partition de «…». La partition est donc présentée comme lorsqu'un mathématicien propose une série : $\pi/4 = 1 - 1/3 + 1/5 - 1/7 + \ldots$. Pour jouer de tels morceaux, il faut non seulement savoir lire une partition, mais être doté d'une bonne intelligence logique !

Dans *Musiques pour quatre vingt-huit*, Tom Johnson propose une pièce intitulée *Les nombres de Mersenne* (les nombres de la forme 2^n-1) qui est une succession de phrases musicales dont le nombre de notes est 1, puis 3, puis 7, 15, 31, 63, 127, 255, 511, 255, 127, 63, 31, 15, 7, 3, 1. Bien qu'assez longues, les phrases sont toutes conçues sur une règle dont le schéma tient sur une seule page qu'il est préférable de comprendre plutôt que de suivre les huit pages de la partition détaillée.

Une autre pièce doit sa structure à la table de multiplication qui produit un rythme envoûtant (plus intéressant que celui du cancre qui lorsqu'on lui demande de réciter les tables de multiplication explique qu'il en a oublié les paroles, mais propose d'en chanter l'air). Le triangle de Pascal détermine aussi une pièce rigoureuse composée d'une succession d'accords organisés en fonction du fameux triangle. Toujours dans *Musiques pour quatre vingt-huit*, les nombres abondants (ceux qui sont inférieurs à la somme de leurs diviseurs propres comme $12 < 1 + 2 + 3 + 4 + 6$) sont l'occasion d'une expérimentation rythmique.

La dernière pièce de la série exploite le crible d'Ératosthène qui est l'objet d'une traduction musicale que je vais décrire entièrement. L'idée consiste à associer un nombre entier à chacune des 88 touches du clavier du piano, puis à jouer :

(a) tous les entiers de 1 à 88 ;

(b) 1 et 2 suivis de tous les nombres impairs ; ce sont les entiers qui restent quand on a criblé (supprimé) les multiples de deux ; dans la partition, les notes supprimées sont remplacées par des silences ;

(c) 1, 2, 3, suivis de ce qui reste quand on a criblé les multiples de 3 ; une régularité rythmique très nette est perceptible ;

(d) 1, 2, 3, 5, suivis de ce qui reste quand on a criblé les multiples de 5 ; la régularité rythmique est devenue plus complexe ;

(e) 1, 2, 3, 5, 7 suivis de ce qui reste quand on a criblé les multiples de 7 ; entre *(d)* et *(e)*, seules les notes 49 et 77 ont disparu ; les notes jouées sont maintenant celles des nombres premiers inférieurs à 88 (le nombre 1, contrairement à la convention classique, est considéré comme premier) ;

(f) Le morceau se poursuit alors en reprenant *(e)*, puis en énumérant les nombres premiers au-delà de 88, en associant cette fois les touches du piano aux nombres entre 89 et 176, puis aux nombres entre 177 et 264, etc., jusqu'à 1987. À chaque fois, bien sûr, des silences remplacent les notes absentes. Notons que Tom Johnson, pour cette pièce dont la définition complète s'explique en quelques phrases, a pris la peine d'écrire la partition note par note. Sans doute craignait-il que l'interprète ait du mal à déduire assez vite, de tête, les notes à jouer.

Ce morceau, au sens propre, fait entendre le crible d'Ératosthène et l'irrégularité de la répartition des nombres premiers qui pourtant naît de la soustraction répétée de séries régulières. Dans la partie finale de la pièce, l'énumération musicale des nombres premiers fait ressentir leur densité décroissante dont le théorème des nombres premiers, démontré par Hadamard et de la Vallée Poussin en 1896, a donné la loi : autour de l'entier n, la densité des nombres premiers est environ $1/\log(n)$.

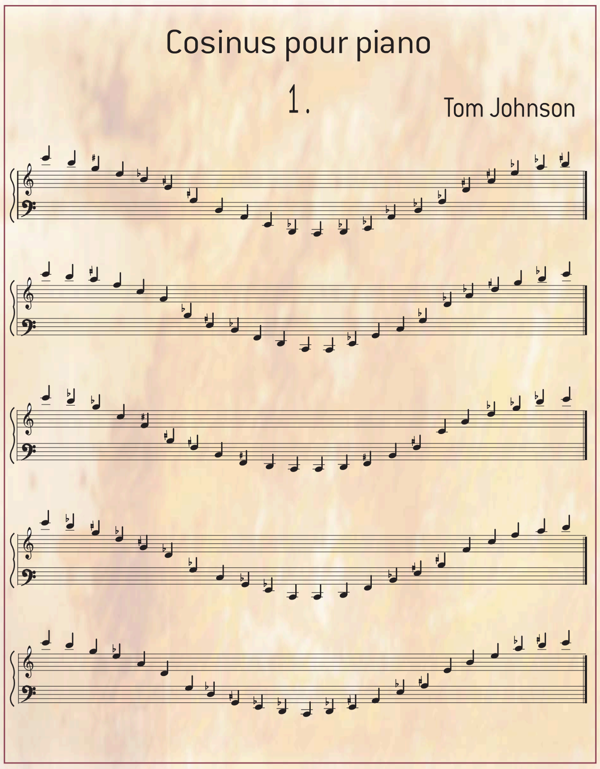
Musiques auto-similaires

L'utilisation de l'arithmétique produit des résultats dont la structure est parfois trop cachée pour que notre oreille la perçoive clairement et que notre cerveau l'apprécie. D'autres parties des mathématiques se prêtent mieux aux jeux que Tom Johnson pratique avec une passion déterminée et c'est, sans doute avec les mélodies auto-similaires, que le compositeur a le mieux réussi à faire entendre les mathématiques. Ce domaine, à mi-chemin entre la géométrie et l'arithmétique, est une sorte de géométrie de la dimension 1.

Suivons la définition que propose Tom Johnson dans son ouvrage théorique *Self-Similar Melodies* (Éditions 75, 1996) : une mélodie auto-similaire est une boucle mélodique qui s'auto-reproduit sous une certaine forme, à une certaine échelle, à partir d'un certain point.

Un exemple fera comprendre l'idée. Partant des nombres de 1 à 43 et du rapport 2, Tom Johnson se demande comment organiser 43 notes cycliquement de telle façon qu'en prenant une note sur deux de la mélodie initiale on obtienne une mélodie identique. Pour répondre, on dessine le schéma :

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 …
1   2   3   4   5   6   7   8 …



4. Cosinus pour piano (1994). Cette partition de 1994 commence par cette page et les parties suivantes exploitent la même idée : utiliser des courbes sinusoïdales (correspondant à un son pur de fréquence donnée) dans le schéma de la partition.

La contrainte impose que les notes 2 et 3 soient identiques, ainsi que les notes 3 et 5, les notes 4 et 7 etc. En poussant l'analyse jusqu'à son terme, on arrive à la conclusion que la mélodie ne pourra comporter que 4 notes différentes :
– la note 1, qui n'est soumise à aucune contrainte ;
– la note 2 identique aux notes 3, 5, 9, 12, 17, 22, 23, 28, 33, 36, 40, 42 et 43.
– la note 4 identique aux notes 6, 7, 11, 13, 20, 21, 24, 25, 32, 34, 38, 39 et 41.
– la note 8 identique aux notes 10, 14, 15, 16, 18, 19, 26, 27, 29, 30, 31, 35 et 37.

Pour obtenir une mélodie auto-similaire de 43 notes, le compositeur n'a plus qu'à choisir quatre notes : par exemple, *do* pour 1, *ré* pour 2, *mi* pour 4 et *fa* pour 8. On démontre que si l'on remplace 43 par un autre nombre premier, alors 1 formera toujours un paquet à lui tout seul et que les autres nombres se regrouperont en paquets de tailles égales. Lorsque, à la place d'un nombre premier, on prend un nombre composé, alors les diverses classes de notes n'ont pas nécessairement le même effectif.

Bien sûr, une partition écrite en respectant une telle structure ne peut qu'être musicalement intéressante puisque la mélodie de base se trouve reproduite en elle-même exécutée à vitesse 1/2, 1/4, 1/8 etc. La présence d'une telle régularité, perceptible à quiconque tend l'oreille, et sans doute repérée inconsciemment. Sinon, elle est analogue à l'utilisation de la régularité produite par une séquence de notes répétées par translation ou symétrie, qui est utilisée par de nombreux musiciens. Ce type de répétitions homothétiques (pratiquées avant Tom Johnson de manière occasionnelle par divers compositeurs) méritait d'être étudié et exploité systématiquement.

Tom l'a utilisé pour concevoir les mélodies de base de la pièce *La vie est si courte* pour huit instruments, composée en 1998. La mélodie centrale est obtenue en prenant le nombre 21 et le rapport 3 (au lieu de 43 et 2 dans l'exemple précédent). En 2004, le saxophoniste Kientzy a enregistré un morceau de 11 minutes basé sur une mélodie de 8 notes et de rapports 3 et 5 (*Kientzy plays Johnson*, Pogus Productions P21033-2, 2004).

Le procédé fascinant des mélodies auto-similaires et ses variantes est aussi utilisé dans plusieurs morceaux du cahier *Rational Melodies* écrit en 1982. Ce cahier contient une série de 21 pièces pour instruments solistes, chacune fondée sur une idée mathématique rigoureusement transcrite en une partition.

Certaines pièces de ce cahier utilisent des algorithmes de pliages de bandes de papier, d'autres reprennent le procédé de l'isorythme déjà utilisé par Guillaume de Machaut (c.1300-1377) : une même phrase musicale est jouée plusieurs fois en décalant la première note, ce qui produit de nouvelles phrases musicales apparentées à la phrase initiale, mais différentes. D'autres pièces exploitent des permutations systématiques de notes.

Ces morceaux dont l'écoute incite à la concentration constituent assurément une musique originale. Les nouveaux procédés géométrico-logiques qui en constituent le cœur et dont on se demande pourquoi ils n'ont pas été utilisés plus tôt en musique serviront sans doute de modèle à d'autres compositions. La suite des *Rational Melodies* a plusieurs fois été enregistrée et elle prouve définitivement qu'un regard mathématicien sur l'activité de composition permet de renouveler les techniques formelles exploitables en musique. Je crois tout à fait possible qu'au-delà de sa musique, les idées de Tom Johnson donneront, avec le temps, naissance à des morceaux destinés à un large public qui seront des succès.

5. Musiques auto-similaires. Certaines mélodies ont la propriété qu'en prenant 1 note sur 3, la même mélodie jouée 3 fois plus lentement se retrouve. La pièce *La vie est si courte* (1998) est construite sur une mélodie auto-similaire de ce type.

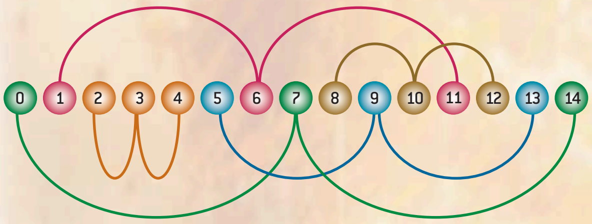
« Je veux trouver la musique, pas la composer »

Ce travail de popularisation des procédés nouveaux que Tom Johnson met au point ne sera sans doute pas opéré par lui-même, car il défend une conception particulière de la musique qu'il qualifie de platonicienne et qui semble peu compatible avec la diffusion musicale à large échelle. Donnons quelques précisions sur cette idée originale du travail de compositeur que soutient Tom Johnson.

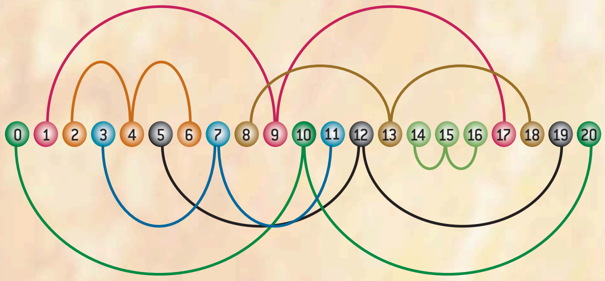
Sa musique dit-il est « une réaction contre le romantisme et l'expressionnisme musical du passé. Je cherche quelque chose de plus objectif, quelque chose qui n'exprime pas mes émotions, quelque chose qui ne tente pas de manipuler les émotions des auditeurs, quelque chose hors de moi-même. [...] Je veux trouver la musique, pas la composer. [...] Si je suis un minimaliste cherchant à travailler avec le moins possible de matériels musicaux, c'est pour réduire l'arbitraire expression de moi-même. [...] Les mathématiques sont un moyen pour éviter des décisions subjectives. [...] Je ne suis pas intéressé par l'autobiographie. [...] La vérité est un mot plein de sens pour moi et je le trouve largement plus utile que le mot beauté qu'on utilise le plus souvent pour décrire ce que les artistes

6. Pavages rythmiques parfaits

Aujourd'hui Tom Johnson étudie un type de structures mathématiques qu'il semble avoir découvert et qu'il utilise comme procédé de composition nouveau. Tom Johnson nomme ces structures combinatoires pavages rythmiques parfaits.
On se donne une série de *n* emplacements :
0 1 2 3 4 5 … *n* – 1
On nomme triplet bien espacé une suite de trois nombres *(a b c)* tels que l'écart entre *a* et *b* est le même que l'écart entre *b* et *c*. Les triplets (4 5 6) et (0 3 6) sont des exemples de triplets bien espacés, l'un d'espacement 1, l'autre d'espacement 3.
Le but que Tom Johnson se fixe est de remplir les *n* emplacements donnés par des triplets bien espacés sans laisser de vide ni utiliser deux fois le même emplacement et en interdisant de plus la présence de deux triplets avec le même espacement. L'objectif musical est clair : obtenir une combinaison rythmique originale sans aucun silence.
Pour réussir, il faut évidemment que *n* soit un multiple de 3. Pour *n* égal à 3, il y a un pavage parfait (0 1 2), mais il n'utilise qu'un seul triplet et est donc sans intérêt. Pour *n* = 6, *n* = 9 et *n* = 12, vous ne trouverez aucun pavage rythmique parfait. En revanche, Tom Johnson en a découvert un pour *n* = 15 qui est (0 7 14) ; (1 6 11) ; (2 3 4) ; (5 9 13) ; (8 10 12). On peut le représenter par un schéma :



Pour *n* = 15, il existe un seul autre pavage rythmique parfait symétrique du premier.
Il n'y a pas de pavage rythmique parfait pour *n* = 18. En revanche, pour *n* = 21, il en existe 9 (auxquels s'ajoutent les 9 qu'on déduit par symétrie). Voici l'un de ses pavages pour *n* = 21 :



Bien sûr, Tom Johnson, qui continue l'étude de ce problème combinatoire avec l'aide du mathématicien Erich Neuwirth, a utilisé ces structures pour composer de nouveaux morceaux dont les titres parlent d'eux-mêmes *Tilework for piano* (2003), *Tilework for String Quartet* (2003), *Tilework for Five Conductors and One Drummer* (2004), *Tilework, 14 pieces for solo instruments* (2004).
Le problème des pavages rythmiques parfaits par des quadruplets (au lieu de triplets) semble plus difficile et pour l'instant aucun n'a été trouvé. Il est amusant de constater qu'un musicien a été amené à poser un problème mathématique non trivial en recherchant simplement des combinaisons rythmiques. Si un lecteur découvre un pavage rythmique parfait de quadruplets, il doit l'envoyer à Tom Johnson (tom@johnson.org) qui pourra l'utiliser dans une de ses prochaines œuvres.

recherchent […] Je crois que de nombreux phénomènes musicaux ont une existence absolue et ne sont pas inventés par les musiciens. C'est bien clair pour les 8 178 accords faisables avec les notes présentes dans une octave. Les phrases musicales inversées et les phrases rétrogrades sont d'autres exemples d'absolus musicaux : il ne fut pas nécessaire d'attendre qu'un compositeur génial vienne nous expliquer qu'on peut retourner ou jouer à l'envers une mélodie. […] Les mélodies auto-similaires, les formules, les automates et d'autres procédés ne sont entrés que récemment dans le langage musical, car ils sont un peu moins évidents, mais je ne crois pas pouvoir dire que nous avons inventé ces choses, nous les avons seulement découvertes. […] Si un compositeur peut se satisfaire simplement d'interpréter et de découvrir plutôt que de créer et donc qu'il se concentre sur la vérité plutôt que sur la beauté, alors le résultat sera objectif (plutôt que subjectif) et nous éviterons la musique autobiographique ».

Cette vision puriste et nouvelle de la musique nous étonne, mais au fond, dans les arts graphiques, elle est banale et très ancienne. Les artistes et artisans qui conçoivent et réalisent les merveilles de l'art islamique (telles qu'on peut les admirer par exemple à l'Alambra de Grenade), ou les informaticiens qui tirent de leur ordinateur de magnifiques fractales et toutes sortes de formes géométriques éblouissantes provenant de formules mathématiques simples pratiquent cet art platonicien que Tom Johnson revendique pour la musique : les œuvres ne sont pas créées, mais découvertes et l'artiste n'est pas un inventeur, mais seulement un être curieux qui, parcourant l'univers des objets mathématiques, en retient certains et nous les montre en dessin ou en musique.

Auteur & Bibliographie

Jean-Paul DELAHAYE est professeur d'informatique à l'Université de Lille.

TOM JOHNSON, *Perfect Rythmic Tilings*, MaMuX Meeting, IRCAM, janvier 2004.

TOM JOHNSON, *Symmetries*, Éditions 75, www.tom.johnson.org, 2003.

TOM JOHNSON, *Music and Combinations*, 2003.

Maths et musique, Hors-série n° 11 de la revue *Tangente*, Les Éditions Pole, 31 avenue des Gobelins, 75013, Paris,2002.

TOM JOHNSON, *Found Mathematical Objects*, Séminaire Entretemps, "Musique, mathématiques et philosophie". IRCAM, 2001 : www. entretemps.asso.fr/Johnson.index.html

JEAN-PAUL ALLOUCHE et TOM JOHNSON, *Narayana's Cows and Delayed Morphisms*, 2000.

TOM JOHNSON, *Self-Similar Melodies*, Éditions 75, www.tom.johnson.org, 75 rue de la Roquette, 75011 Paris, 1996.