

Des surprises dans le monde de la coopération

Jean-Paul DELAHAYE et Philippe MATHIEU

Des simulations informatiques montrent qu'il vaut mieux être bon que méchant, indulgent que rancunier, réactif qu'insensible, et que les dynamiques de la coopération peuvent mener au chaos.

Votre voisin passe des disques de hard rock le soir après dix heures ; en représailles, vous mettez sur votre chaîne stéréo des disques d'opéra, ce qui a pour conséquence que, le lendemain, il recommence et vous oblige à réagir encore en passant vos opéras. Vous regrettez l'ancien locataire que vous n'entendiez jamais et que vous vous efforcez de ne pas gêner. Vous vous interrogez alors : le meilleur moyen de calmer votre voisin ne serait-il pas de renoncer vous-même à écouter de la musique ?

Peut-être serez-vous heureux d'apprendre que vous vous trouvez dans la situation que les théoriciens des jeux appellent le «dilemme itéré des prisonniers» et que les simulations par ordinateur qui en ont été faites, il y a quelques années, par Robert Axelrod, professeur de sciences politiques à l'Université d'Ann Arbor dans le Michigan, ont mené à des résultats particulièrement étonnants. Au Laboratoire d'informatique fondamentale de Lille, nous avons réalisé quelques expérimentations qui complètent et confirment les conclusions de R. Axelrod. Nous allons les commenter avant d'explorer des variantes plus réalistes du dilemme itéré des prisonniers. Nous verrons en cours de route que l'importance de ces simulations informatiques est telle que les théoriciens de l'évolution en utilisent maintenant les conclusions pour expliquer certains aspects des phénomènes coopératifs entre individus d'une même espèce ou

entre espèces différentes, et notamment l'altruisme qui s'insérerait mal dans la vision darwinienne classique.

Le dilemme itéré du prisonnier

Le dilemme du prisonnier est exposé dans plusieurs articles de ce dossier (voir les articles de I. Ekeland, J.-P. Dupuy et I. Stewart). Décrivons-le de manière un peu abstraite : deux entités peuvent choisir entre coopérer (notation c) ou trahir (notation t). Si l'une trahit et l'autre coopère (partie $[t, c]$), celle qui trahit obtient un gain de T unités, et celle qui coopère – et s'est donc fait duper – obtient un gain (en général négatif) de D unités. Lorsque les deux entités

coopèrent (partie $[c, c]$), elles gagnent chacune C unités en récompense de leur association, et lorsqu'elles trahissent toutes les deux (partie $[t, t]$), elles gagnent P unités pour s'être laissées piéger mutuellement.

Dans le cas du conflit avec votre voisin, évaluons à 5 le plaisir d'écouter tranquillement de la musique après dix heures du soir sans que votre voisin en fasse autant, évaluons à 0 le déplaisir de supporter sans réagir une musique qu'on n'aime pas, évaluons à 3 la satisfaction d'une soirée sans musique du tout, et à 1 le «plaisir» d'entendre sa musique préférée mêlée à une autre musique qu'on n'aime pas. Les coefficients sont $T = 5$, $D = 0$, $C = 3$, $P = 1$. Dans le cas général, pour qu'il y ait dilemme, il faut que $T > C > P > D$ et $(T + D)/2 < C$. Cette dernière inégalité évite qu'il soit plus intéressant aux entités de s'entendre pour, à tour de rôle, trahir et se faire duper (série de parties $[c, t]$ $[t, c]$ $[c, t]$ $[t, c]$...), que de coopérer (série de parties $[c, c]$ $[c, c]$ $[c, c]$ $[c, c]$...).

Dans le cas des prisonniers, il est peu probable que le problème se pose aux deux personnages plus d'une fois ; en revanche, c'est tous les soirs que vous vous retrouvez à côté de votre voisin : vous êtes dans la situation du «dilemme itéré des prisonniers». Citons d'autres exemples de ces situations. Deux pays frontaliers doivent-ils lever des taxes douanières importantes sur les produits importés venant du voisin ? Deux entreprises concurrentes doivent-elles s'entendre pour se partager le marché ou se faire une concurrence sauvage ? Deux espèces vivant sur un même territoire doivent-elles cohabiter pacifiquement ou se disputer les ressources disponibles, etc. ? La généralité du dilemme provient de ce qu'il est présent même si les deux entités occupent des rôles non symétriques, et même si les récompenses pour l'une ne sont pas comparables aux

	BRUIT (t)	SILENCE (c)
BRUIT (t)	1	0
SILENCE (c)	0	3

1. LE DILEMME DES LOCATAIRES : chacun souhaite écouter sa musique à fort volume (trahir, noté t), mais peut s'efforcer de ne pas gêner son voisin (coopérer, noté c).

récompenses de l'autre : seul importe le classement indiqué plus haut.

Lorsque la situation du dilemme est itérée, le jeu devient très intéressant, car la question ne se pose plus sous la forme «trahir ou coopérer», mais sous la forme «quelle stratégie faut-il adopter en fonction du comportement passé de l'entité adverse?». Donnons quelques stratégies :

GENTILLE : Je coopère toujours, quoi qu'ait fait l'autre dans les parties précédentes.

MÉCHANTE : Je trahis toujours.

LUNATIQUE : À chaque partie, je choisis au hasard de coopérer ou de trahir à l'aide d'un tirage à pile ou face.

DONNANT-DONNANT : À la première partie, je coopère ; ensuite, je fais ce que l'autre a fait à la partie précédente : s'il a trahi à la partie n , je trahis à la partie $n + 1$ et, s'il a coopéré à la partie n , je coopère à la partie $n + 1$.

RANCUNIÈRE : Je coopère tant que l'autre coopère, mais si à un moment il trahit, alors je trahirai dans toutes les autres parties.

D'autres exemples de stratégies sont indiquées sur la figure 2.

Donnons encore quelques précisions sur les règles du jeu, et sur ce que peut être une stratégie. Nous supposons que les deux protagonistes ne peuvent pas passer d'accord : la seule information qu'un protagoniste possède sur l'autre est son comportement passé. Les choix des deux protagonistes lors de la partie numéro n sont faits simultanément. Une stratégie est donc une règle qui permet de déterminer, en fonction du passé, et éventuellement à l'aide de tirages au sort, s'il faut coopérer ou trahir à l'étape n . Bien sûr, lors de la première étape, une stratégie doit s'appliquer sans aucune information sur l'entité adverse.

Dans la règle du jeu, il n'est pas possible de renoncer à jouer une partie, et le nombre de parties dans une confrontation n'est pas connu à l'avance. Si ce n'était pas le cas, on tomberait dans une situation où un autre paradoxe, appelé paradoxe de la surprise (ou du pendu), s'appliquerait : «Si je sais qu'il y a dix parties à jouer, à la dixième, j'ai intérêt à trahir, ainsi que

2. DOUZE STRATÉGIES POSSIBLES parmi une infinité. On a représenté sur le tableau du bas les résultats de 1 000 confrontations, un contre un, selon les règles données en figure 1. Par exemple, la confrontation de MÉCHANTE contre DONNANT-DONNANT donne la suite de parties $T, C, T, T, T, T, T, T, T, T, \dots$, c'est-à-dire $5 + 999 \times 1 = 1\ 004$ pour MÉCHANTE, et $0 + 999 \times 1$ pour DONNANT-DONNANT.



1. GENTILLE :
JE COOPÈRE TOUJOURS.



7. PÉRIODIQUE-GENTILLE :
JE JOUE COOPÉRER, COOPÉRER, TRAHIR, COOPÉRER, COOPÉRER, TRAHIR, COOPÉRER, COOPÉRER,...



2. MÉCHANTE :
JE TRAHIS TOUJOURS.



8. MAJORITÉ-MOU :
JE JOUE CE QUE L'ADVERSAIRE A JOUÉ EN MAJORITÉ, EN CAS D'ÉGALITÉ ET À LA PREMIÈRE PARTIE, JE COOPÈRE.



3. LUNATIQUE :
JE TRAHIS UNE FOIS SUR DEUX, AU HASARD.



9. MÉFIANTE :
JE TRAHIS À LA PREMIÈRE PARTIE, PUIS JE JOUE CE QU'A JOUÉ MON ADVERSAIRE À LA PARTIE PRÉCÉDENTE.



4. DONNANT-DONNANT :
JE COOPÈRE À LA 1^{ÈRE} PARTIE, PUIS JE JOUE CE QU'A JOUÉ L'AUTRE À LA PARTIE PRÉCÉDENTE.



10. MAJORITÉ-DUR :
JE JOUE CE QUE L'ADVERSAIRE A JOUÉ EN MAJORITÉ, EN CAS D'ÉGALITÉ, À LA PREMIÈRE PARTIE JE TRAHIS.



5. RANCUNIÈRE :
JE COOPÈRE, MAIS DÈS QUE MON ADVERSAIRE A TRAHI, JE TRAHIS TOUJOURS.



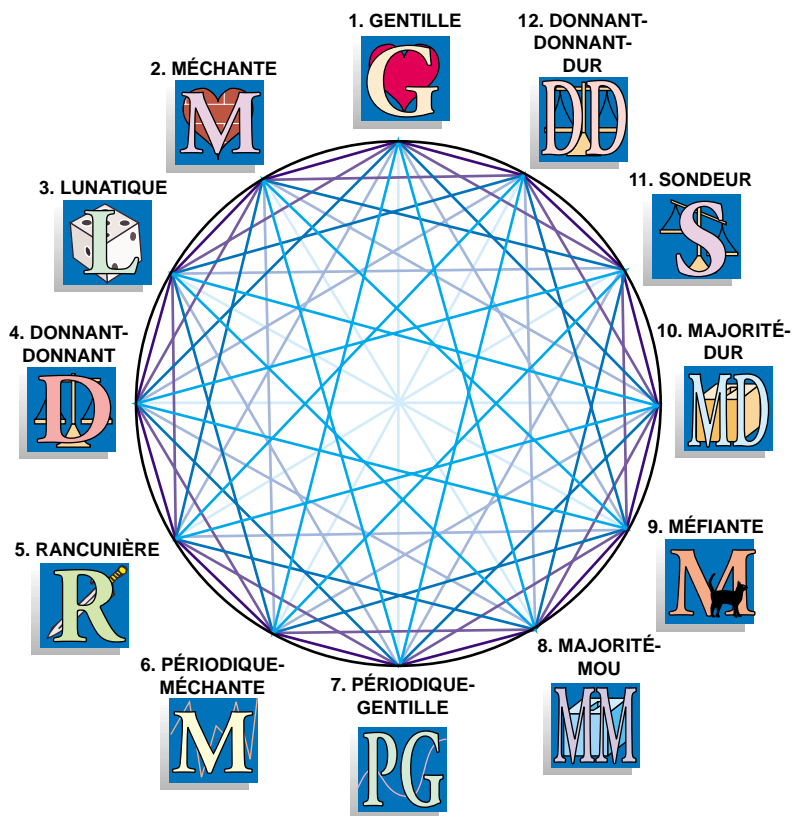
11. SONDEUR :
AUX 3 PREMIÈRES PARTIES JE JOUE TRAHIR, COOPÉRER, COOPÉRER. SI AUX PARTIES 2 ET 3 L'ADVERSAIRE A COOPÉRÉ, JE TRAHIS TOUJOURS. SINON, DONNANT-DONNANT.



6. PÉRIODIQUE-MÉCHANTE :
JE JOUE TRAHIR, TRAHIR, COOPÉRER, TRAHIR, TRAHIR, COOPÉRER, TRAHIR, TRAHIR...



12. DONNANT-DONNANT-DUR :
JE COOPÈRE, SAUF SI MON ADVERSAIRE A TRAHI LORS DE L'UNE DES DEUX PARTIES PRÉCÉDENTES.



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	3 000	0	1 506	3 000	3 000	999	2 001	3 000	2 997	2 997	6	3 000
2	5 000	1 000	2 998	1 004	1 004	2 332	3 668	1 004	1 000	1 000	1 008	1 004
3	3 994	500	2 234	2 229	495	1 657	2 839	2 387	2 246	2 305	2 036	1 412
4	3 000	999	2 227	3 000	3 000	1 998	2 667	3 000	2 500	2 500	2 999	3 000
5	3 000	999	3 039	3 000	3 000	2 331	3 663	3 000	1 003	1 003	1 007	3 000
6	4 334	667	2 510	2 003	671	1 666	3 335	671	1 999	667	2 006	671
7	3 666	333	1 984	2 667	343	1 665	2 334	3 666	2 664	3 663	2 664	1 671
8	3 000	999	2 197	3 000	3 000	2 331	2 001	3 000	2 500	2 500	2 999	3 000
9	3 002	1 000	2 249	2 500	1 003	1 999	2 669	2 500	1 000	1 000	3 000	1 003
10	3 002	1 000	2 222	2 500	1 003	2 332	2 003	2 500	1 000	1 000	2 501	1 003
11	4 996	998	2 348	2 999	1 002	1 996	2 669	2 999	2 995	2 496	1 004	1 005
12	3 000	999	2 632	3 000	3 000	2 331	3 331	3 000	1 003	1 003	1 010	3 000

mon adversaire. Notre intérêt individuel est patent ; c'est comme s'il n'y avait pas de partie numéro 10. Mais alors, c'est la partie numéro 9 qui est la «vraie» dernière partie, et donc nous devons trahir à la partie numéro 9, etc.»

Lorsqu'une confrontation a eu lieu, on peut mesurer le score des deux adversaires en additionnant les résultats de chaque partie. Sur une confrontation de 1 000 parties avec les coefficients $T = 5$, $D = 0$, $C = 3$, $P = 1$, le gain maximum est de 5 000 et le gain minimum de 0. C'est effectivement ce qu'obtiennent respectivement les stratégies MÉCHANTE et GENTILLE quand elles s'opposent, car leur confrontation donne $[t, c] [t, c] [t, c] \dots$, ce qui rapporte $T = 5$ à la première et $D = 0$ à la seconde pour chaque partie. Deux stratégies GENTILLE l'une contre l'autre obtiennent 3 000, deux MÉCHANTE l'une contre l'autre doivent se contenter du score de 1 000 chacune.

Maintenant que les règles sont clarifiées, la question posée est : y a-t-il une meilleure stratégie? Tout dépend de ce qu'on entend par meilleure stratégie.

La meilleure stratégie

Si par meilleure stratégie on entend une stratégie qui n'obtient jamais, dans une confrontation, un score plus faible que celui de son adversaire, alors la réponse est oui, la stratégie MÉCHANTE est la meilleure. Dans chaque partie, elle obtient au moins autant que son adversaire, et donc, au total, elle obtient au moins autant que son adversaire. Toutefois, être la meilleure en ce sens-là n'est pas intéressant, car, à moins de trouver beaucoup de stratégies naïves, on risque de faire de petits scores en moyenne, en particulier contre RANCUNIÈRE et DONNANT-DONNANT. MÉCHANTE ne se fera jamais battre par personne, mais à quel prix! Il ne faut pas confondre deux objectifs différents : «faire de bons scores» et «battre tout le monde» ; ceux qui jouent la stratégie MÉCHANTE battent tout le monde, mais obtiennent de mauvais scores!

Maintenant, si par meilleure stratégie on entend une stratégie qui fasse le meilleur score possible face à toute autre stratégie, alors maintenant la réponse est non, il n'y a pas de meilleure stratégie. Supposons qu'il y ait une meilleure stratégie dans ce sens-là, alors nécessairement elle doit trahir au premier coup. En effet, confrontée à la stratégie MÉCHANTE, c'est ce qu'il faut faire, et si on ne trahit pas dès le premier coup, on ne peut pas

1. DONNANT-DONNANT	30 890
2. MAJORITÉ-MOU	30 527
3. RANCUNIÈRE	28 045
4. SONDEUR	27 507
5. PÉRIODIQUE-GENTILLE	27 320
6. DONNANT-DONNANT-DUR	27 309
7. GENTILLE	25 506
8. LUNATIQUE	24 336
9. MÉFIANTE	22 925
10. MAJORITÉ-DUR	22 066
11. MÉCHANTE	22 022
12. PÉRIODIQUE-MÉCHANTE	21 210

3. DANS UNE CONFRONTATION GÉNÉRALE des 12 stratégies de la figure 2, avec des combats de 1 000 parties, DONNANT-DONNANT arrive en tête. Lorsqu'on change l'environnement, par exemple en supprimant une stratégie, DONNANT-DONNANT arrive en tête de la confrontation 10 fois sur 12. Les deux fois où DONNANT-DONNANT n'est pas en tête, c'est MAJORITÉ-MOU qui gagne.

rattraper le handicap du premier coup. Toutefois, si cette stratégie trahit au premier coup, alors face à RANCUNIÈRE, elle ne fait pas le meilleur résultat possible, puisqu'elle fait moins bien que la stratégie GENTILLE et que là encore le handicap est irrattrapable, car RANCUNIÈRE par définition ne pardonne jamais. En clair, une stratégie sera bonne face à certaines, et mauvaise face à d'autres, et cela est inévitable, puisqu'on ne peut pas savoir à l'avance à qui on a affaire.

On mesure encore mieux la difficulté de comparer dans l'absolu les stratégies en remarquant qu'il existe des triplets de stratégies tels que : la 1 bat la 2, la 2 bat la 3, la 3 bat la 1. Voici un exemple d'un tel triplet non transitif :

PÉRIODIQUE-MÉCHANTE : je joue périodiquement : trahir, trahir, coopérer, trahir, trahir, coopérer, etc.

PÉRIODIQUE-GENTILLE : je joue périodiquement : coopérer, coopérer, trahir, coopérer, coopérer, trahir, etc.

MAJORITÉ-MOU : je compte le nombre de trahisons de l'autre et le nombre de coopérations, et je joue ce que l'autre a choisi en majorité ; au premier coup, ou lorsqu'il y a le même nombre de coopérations que de trahisons, je coopère.

En exploitant la même idée, on construit des ensembles de ce genre avec N stratégies au lieu de 3. De même, il existe des hiérarchies infinies de stratégies $S_1, S_2, S_3, \dots, S_n, \dots$, avec S_2 plus fort que S_1 , S_3 plus fort que S_2 , etc. En voici un exemple :

STRATÉGIE S_n : je joue périodiquement trahir $(2^n - 1)$ fois puis coopérer

une fois, puis trahir $(2^n - 1)$ fois puis coopérer une fois, etc.

Même s'il n'y a donc pas de stratégie meilleure dans l'absolu, il est évident que toutes les stratégies ne se valent pas. Certaines sont visiblement trop gentilles, d'autres semblent trop susceptibles, d'autres trop peu réactives, etc. Puisque les confrontations deux par deux ne permettent pas de distinguer ce qu'est une bonne stratégie d'une mauvaise, organisons une confrontation généralisée : prenons un ensemble de stratégies et faisons combattre chacune d'elles contre toutes les autres. En mesurant les scores cumulés de chacune, nous classons les stratégies en fonction de leurs scores cumulés. Bien sûr, il faut faire cette simulation avec un ordinateur. Sur les figures 2 et 3, on a indiqué les résultats de telles confrontations.

La supériorité de DONNANT-DONNANT

Le résultat dépend de l'ensemble des stratégies qui se sont affrontées : une stratégie bonne dans un certain «environnement» peut être mauvaise dans un autre environnement : sur la figure 3, nous avons indiqué le classement obtenu par les stratégies lorsqu'on fait varier l'environnement (c'est-à-dire l'ensemble des stratégies opposées).

La stratégie DONNANT-DONNANT ne gagne pas toujours. Cependant, elle est toujours très bien placée. Est-ce un hasard? Non, et en fait c'est là le résultat fondamental découvert par R. Axelrod. Celui-ci a organisé une série de concours en demandant à différents scientifiques de disciplines variées de lui proposer des stratégies, qu'il a fait combattre les unes contre les autres. R. Axelrod a alors compris les qualités extraordinaires de DONNANT-DONNANT, qui lui avait été proposée par Anatol Rapoport, professeur de psychologie à l'Université de Toronto, et auteur d'un livre sur le dilemme des prisonniers.

Les résultats de R. Axelrod, dans la mesure où ils mettent en jeu de nombreuses stratégies très différentes et dont certaines sont très élaborées, constituent presque une preuve de la supériorité de DONNANT-DONNANT sur toute autre stratégie, lors de confrontations généralisées. Le résultat est remarquable et assez inattendu, car il montre que les plus élaborées des stratégies ne peuvent rien contre la réactivité et la simplicité de DONNANT-DONNANT. Il montre aussi qu'être méchant dans un tel jeu n'est pas une

bonne idée, contrairement à ce que suggère le dilemme des prisonniers non itéré. Dans un concours prenant en compte 63 stratégies, R. Axelrod a constaté que le classement des méchantes (celles à qui il arrive de trahir en premier) était presque toujours mauvais, alors que celui des gentilles (qui ne trahissent jamais en premier) était presque toujours bon : même dans un environnement d'égoïsme général, sans autorité supérieure de contrôle, il est plus payant de prendre le risque de coopérer que de profiter de ceux qui vous font confiance.

Le succès de DONNANT-DONNANT confirme aussi magnifiquement ce que nous mentionnions précédemment sur les stratégies qui ne perdent jamais contre aucune autre. En effet, dans une confrontation avec une autre stratégie, DONNANT-DONNANT ne gagne jamais ! Au mieux, elle fait un score égal à celui de l'adversaire, mais, en aucune circonstance, elle ne peut le dépasser. DONNANT-DONNANT oblige l'autre à coopérer, parce que toute différence de scores dans une confrontation se paie par une baisse des deux scores : face à DONNANT-DONNANT, vous avez le choix entre coopérer – ce qui est bon pour vous deux –, ou essayer de duper l'adversaire – ce qui est mauvais pour vous deux. Une autre propriété de DONNANT-DONNANT, que vous établirez sans peine, est que jamais vous ne pouvez le battre de plus de cinq points, quelles que soient la longueur de la confrontation et les ruses que vous employez.

La morale (car c'en est bien une !) du succès de DONNANT-DONNANT est : (a) il vaut mieux être gentil que méchant ; (b) il est nécessaire d'être réactif : ne pas réagir aux trahisons de l'autre ne peut que l'encourager à recommencer ; (c) il faut pardonner rapidement : perdre définitivement confiance en son adversaire dès qu'il a trahi (comme le fait RANCUNIÈRE) empêche l'installation de toute coopération ultérieure et est donc nuisible ; (d) il ne sert à rien de trop ruser, car la clarté du comportement est ce qui est le plus susceptible de conduire à une coopération mutuelle prolongée et profitable.

Que se passe-t-il lorsqu'on modifie la durée des confrontations ou lorsqu'on modifie les coefficients $T = 5$, $C = 3$, $D = 0$, $P = 1$? Les résultats changent assez peu : DONNANT-DONNANT n'arrive pas toujours en tête, mais, pourvu que les confrontations servant aux tests soient assez longues et que les coefficients choisis respectent les inégalités mentionnées plus haut, DONNANT-DONNANT est toujours bien classée et les stratégies de

tête ont toutes des qualités analogues à celles de DONNANT-DONNANT : gentillesse, réactivité, indulgence, simplicité.

Une simulation écologique

La confrontation généralisée avec calcul du score et avec classification est informative, mais nous allons envisager une autre situation où plusieurs exemplaires d'une même stratégie interagissent et où ce nombre d'exemplaires évolue en fonction du résultat des confrontations. On évalue ainsi l'intérêt du prosélytisme. Le principe de ce nouveau type de compétition est le suivant : au départ, on se donne un certain nombre de stratégies, avec pour chacune d'elles un effectif (de 100 individus, par exemple). Une confrontation généralisée se déroule alors, donnant à chaque stratégie un certain score. Ces scores sont utilisés pour définir les nouveaux effectifs des stratégies en compétition, conduisant à ce que nous appellerons une nouvelle génération. Une nouvelle confrontation généralisée se déroule alors, dont les résultats sont utilisés pour définir les effectifs de la troisième génération, etc.

Pour qu'une stratégie soit gagnante dans un tel concours, il ne suffit pas qu'elle soit bonne, face à ses concurrentes, il faut qu'elle soit bonne aussi face aux nouveaux mélanges que l'évolution des effectifs fait apparaître génération après génération. En particulier, si une stratégie obtient de faibles scores

lorsqu'elle est confrontée à elle-même, elle aura du mal à s'imposer.

La figure 5 décrit ce qui se passe avec nos 12 stratégies. DONNANT-DONNANT s'en tire encore très bien. Elle n'élimine pas toutes ses concurrentes pour une raison qu'on analyse sans peine : lorsque les stratégies méchantes sont éliminées, il ne reste alors plus que des gentilles, qui coopèrent toutes entre elles et sans arrêt. Tout est alors stabilisé. Plus rien n'évolue, les stratégies sont indiscernables et obtiennent à chaque confrontation le même score. Dans une simulation plus réaliste, il faut faire intervenir un certain aléa, par exemple en tirant au sort, à la fin de chaque génération, 50 individus qui meurent (d'accident !). On voit alors apparaître des dérives : certaines stratégies qui n'ont pas de chances disparaissent (victimes plus que d'autres des accidents), d'autres au contraire accroissent leurs effectifs, profitant des trous laissés par les malchanceuses. Un peu de calcul de probabilités montre d'ailleurs que, si l'on introduit un aléa de ce type, alors, au bout d'un temps fini, une seule stratégie reste en course (et ce n'est pas toujours DONNANT-DONNANT).

Ces simulations, qui reproduisent les résultats de R. Axelrod, doivent plutôt être considérées comme des expériences de calcul d'équilibre écologique que comme des expériences de simulation de l'évolution, car aucune nouvelle stratégie ne peut apparaître : l'aspect créatif de l'évolution par variation-sélection n'est pas modélisé ici. Malgré tout, la

LES SIMULATIONS ÉCOLOGIQUES

À la génération n , il y a trois types de stratégies :

les 'A' d'effectif $a(n)$, les 'B' d'effectif $b(n)$, les 'C' d'effectif $c(n)$.

On connaît la matrice des gains correspondant aux combats à deux que peuvent faire les stratégies A, B et C entre elles :

$p(A,B)$ = gain en points pour A, lorsque A joue contre B, etc.

On suppose que l'effectif total est fixe :

$$e = a(n) + b(n) + c(n) = a(n+1) + b(n+1) + c(n+1) = \dots$$

Calculs des points gagnés à la génération n par un A, ou un B, ou un C :

$$g(A,n) = (a(n)-1).p(A,A) + b(n).p(A,B) + c(n).p(A,C)$$

$$g(B,n) = a(n).p(B,A) + (b(n)-1).p(B,B) + c(n).p(B,C)$$

$$g(C,n) = a(n).p(C,A) + b(n).p(C,B) + (c(n)-1).p(C,C)$$

Total des points gagnés par toutes les stratégies en présence :

$$t(n) = a(n).g(A,n) + b(n).g(B,n) + c(n).g(C,n)$$

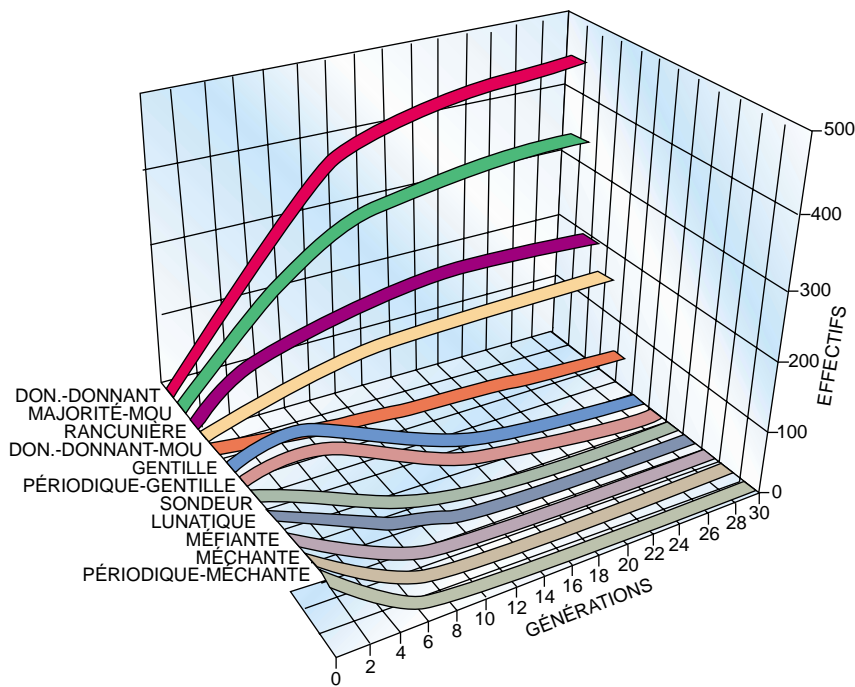
Effectif des naissances constituant la population à la génération $n + 1$

$$a(n+1) = e.a(n).g(A,n) / t(n) \quad (\text{arrondi à l'entier inférieur})$$

$$b(n+1) = e.b(n).g(B,n) / t(n) \quad (\text{arrondi à l'entier inférieur})$$

$$c(n+1) = e.c(n).g(C,n) / t(n) \quad (\text{arrondi à l'entier inférieur})$$

4. L'ÉVOLUTION DES SIMULATIONS ÉCOLOGIQUES : l'effectif de la génération $n + 1$ d'une stratégie est proportionnel aux nombres de points que les exemplaires de cette stratégie gagnent lors des rencontres entre stratégies à la génération n . Avec les équations reproduites ici, vous pouvez recalculer les dynamiques décrites dans l'article. Vous pouvez aussi tester vos propres stratégies et rechercher d'autres dynamiques.



5. POUR TESTER LA ROBUSTESSE DE DONNANT-DONNANT, on a simulé un processus d'évolution d'une population de 1 200 stratégies. Au départ, on prend 100 stratégies de chacun des 12 types décrits à la figure 2. Une confrontation généralisée entre les 1 200 stratégies est simulée. Le score de chaque stratégie est calculé, ce qui détermine les nouveaux effectifs pour chacun des 12 types de stratégies. On s'arrange pour que l'effectif total reste 1 200. De génération en génération, les effectifs évoluent jusqu'au moment où il ne reste plus que des stratégies qui coopèrent tout le temps entre elles : la coopération s'est installée. À partir de là, toutes les stratégies obtiennent le même score, il y a donc une stabilisation des effectifs. À la stabilisation, DONNANT-DONNANT est en tête.

confirmation que la coopération apparaît et s'impose est remarquable, et fournit une nouvelle façon de comprendre pourquoi des individus peuvent se mettre à coopérer tout en poursuivant des buts parfaitement égoïstes et sans qu'aucune autorité supérieure les y force. Des algorithmes génétiques, dont ceux de John Holland, ont permis des simulations d'évolution avec mutations et crossing-over ; elles confirment la robustesse de DONNANT-DONNANT.

Une étude mathématique de la manière dont une stratégie en envahit une autre dans une évolution donne les résultats suivants, qui vérifient et éclaireraient les simulations précédentes (ces résultats, qui ne sont valables que lorsque le nombre de parties dans chaque confrontation est assez grand, sont démontrés dans le livre de R. Axelrod) :

- La stratégie MÉCHANTE ne peut pas être envahie par une stratégie isolée (qui apparaîtrait par mutation). On dit que la stratégie MÉCHANTE est collectivement stable.
- En revanche, un bloc de plusieurs stratégies DONNANT-DONNANT apparaissant brusquement peut envahir une population composée uniquement de MÉCHANTE.
- Une stratégie réactive (c'est-à-dire qui répond assez vite à toute trahison

est toujours collectivement stable, et en particulier DONNANT-DONNANT est collectivement stable.

- Une stratégie gentille – qui coopère en premier – doit réagir à la première trahison de l'autre pour être collectivement stable.

- Si une stratégie est gentille et collectivement stable, alors elle ne peut pas être envahie, même par un bloc.

Ces résultats révèlent une dissymétrie entre la stratégie MÉCHANTE et les stratégies du type DONNANT-DONNANT (réactive et gentille) : elles sont toutes collectivement stables, mais seules celles du type DONNANT-DONNANT ne se laissent pas envahir par des blocs d'ennemis.

La possibilité du renoncement

Pour rendre plus réaliste le modèle, prenons en compte le renoncement définitif. Imaginons que, excédé par le bruit de votre voisin, vous décidiez qu'il vaut mieux démissionner. Nous supposons que, dans un tel cas, vous et votre voisin gagnez $R = 2$ points (plus que lorsque chacun écoute fort, mais moins que lorsque vous restez en silence). Dans ce modèle, l'option de renoncement est définitive, et donc, si par exemple au

coup 14, l'un des deux joueurs a renoncé, alors à partir du coup 14 et pour tout le reste de la partie (par exemple, jouée en 1 000 coups), chaque coup rapporte deux points à chaque joueur.

Nous avons programmé les 95 stratégies que les lecteurs de *Pour la science* nous ont envoyées en 1993 et nous les avons fait combattre chacune contre chaque autre (y compris contre elle-même) pendant une partie qui durait 1 000 coups. Pour chaque stratégie, nous avons compté le nombre de points qu'elle obtenait. Le gagnant est celui dont la stratégie totalise le plus de points.

Au préalable, considérons un miniconcours imaginaire avec les trois stratégies suivantes :

DUR : Je trahis tant que mon adversaire coopère. Dès qu'il trahit, je renonce.

SONDEUR-4-COUPS : Aux quatre premiers coups, je joue coopérer, coopérer, trahir, trahir. Ensuite, si dans les quatre premiers coups mon adversaire a trahi trois ou quatre fois, je renonce, sinon je coopère tout le reste du temps.

DONNANT-DONNANT-AVEC-SEUIL : Je joue la stratégie DONNANT-DONNANT, mais, de plus, tous les cinq coups, je compte mon score et, si j'ai obtenu moins de deux points en moyenne par coup, je renonce.

La confrontation de DUR contre SONDEUR-4-COUPS se déroule comme suit : au premier coup, DUR trahit et SONDEUR-4-COUPS coopère ; au second coup, DUR trahit et SONDEUR-4-COUPS, qui suit son plan, coopère encore ; au troisième coup, DUR trahit et SONDEUR-4-COUPS trahit ; au quatrième coup, DUR renonce, puisqu'il vient d'être trahi. Notons $[t, c]$ $[t, c]$ $[t, t]$ $[r]$ une telle partie. Le bilan en points, si l'on considère que la partie est de 1 000 coups, est de $5 + 5 + 1 + 997 \times 2 = 2 005$ pour DUR ; pour SONDEUR-4-COUPS, il est de $0 + 0 + 1 + 997 \times 2 = 1 995$.

La confrontation DUR contre DONNANT-DONNANT-AVEC-SEUIL donne : $[t, c]$ $[t, t]$ $[r]$ et donc DUR ramène $5 + 1 + 998 \times 2 = 2 002$ et DONNANT-DONNANT-AVEC-SEUIL ramène $0 + 1 + 998 \times 2 = 1 997$.

La confrontation SONDEUR-4-COUPS contre DONNANT-DONNANT-AVEC-SEUIL donne $[c, c]$ $[c, c]$ $[t, c]$ $[t, t]$ $[c, t]$ $[c, c]$ $[c, c]$ $[c, c]$..., ce qui amène $3 + 3 + 5 + 1 + 0 + 3 \times 995 = 2 997$ pour SONDEUR-4-COUPS et $3 + 3 + 0 + 1 + 5 + 3 \times 995 = 2 997$ pour DONNANT-DONNANT-AVEC-SEUIL.

DUR, quand il joue contre lui-même, obtient $1 + 999 \times 2 = 1 999$; DONNANT-DONNANT-AVEC-SEUIL contre lui-même obtient $1 000 \times 3 = 3 000$; SONDEUR-4-

COUPS avec lui-même obtient $3 + 3 + 1 + 1 + 996 \times 3 = 2\,996$.

Le bilan de ce mini-concours à trois est donc de 7 994 pour DONNANT-DONNANT-AVEC-SEUIL qui gagne de justesse devant SONDEUR-4-COUPS obtenant 7 988, tous les deux loin devant le 6 006 de DUR.

Avec ce petit exemple, on retrouve un principe de base de la théorie de la coopération : DUR, qui bat individuellement chacun de ses adversaires, perd au total, car ce qui compte pour faire un bon score c'est de réussir à établir une coopération mutuelle, ce que l'attitude intransigeante de DUR interdit, et non pas de réussir à voler quelques points à un adversaire coopératif, qui risque de ne pas se laisser faire longtemps.

On comprend bien aussi qu'on peut être certain d'avoir 2 000 points par partie contre chaque adversaire : il suffit de renoncer dès le premier coup. Une telle stratégie solitaire est certaine de ne jamais se faire exploiter, mais elle se condamne à ne jamais tirer aucun bénéfice de coopérations réussies comme celle qui s'est instaurée entre SONDEUR-4-COUPS et DONNANT-DONNANT-AVEC-SEUIL ; cette stratégie correspond à une vie sans surprise et médiocre.

Il est parfois utile de renoncer

Il nous semble toutefois tout à fait évident que renoncer est utile dans certains cas, comme lorsqu'on se trouve face à quelqu'un qui trahit sans arrêt : il vaut mieux gagner deux points par partie – ce que donne le renoncement –, que gagner un point par partie – ce qui est le mieux qu'on puisse faire face à celui qui trahit toujours si l'on ne renonce pas. Les résultats obtenus ont confirmé que le renoncement était utile.

D'abord, si l'on reprend les 12 stratégies de la figure 2 en y ajoutant DONNANT-DONNANT-AVEC-SEUIL, c'est ce dernier qui gagne. Il est donc meilleur que DONNANT-DONNANT simplement, parce qu'il diffère de lui en renonçant parfois. Ensuite la meilleure des stratégies du concours n'utilisant pas le renoncement est classée 16^e.

Nous allons décrire les trois stratégies de tête du tournoi généralisé, car elles obtiennent des résultats assez proches et utilisent toutes des idées intéressantes.

LA-MEILLEURE : Je coopère au premier coup. Tous les 20 coups, j'évalue mon score et si, en moyenne, il est inférieur à 1,5, je renonce. À chaque fois que l'autre me trahit, si je ne suis pas déjà

dans une phase de punition, je rentre dans une phase de punition. Si N est le nombre de fois où l'adversaire a trahi depuis le début du jeu en dehors des phases de punition, alors cette phase de punition comporte $(1 + 2 + \dots + N) = N(N + 1)/2$ trahisons, suivies de deux coopérations.

Cette stratégie synthétise plusieurs principes élémentaires : – elle ne prend jamais l'initiative de la trahison, c'est une gentille ; – elle renonce si elle obtient de trop mauvais résultats ; – elle est réactive (c'est une sorte de DONNANT-DONNANT) : elle entre dans une période de punition lorsqu'elle est trahie en dehors de ses périodes de punition ; – elle est de plus en plus sévère : sa première période de punition consiste en une trahison, sa deuxième, en $1 + 2$ trahisons, etc. ; – elle tente de calmer son adversaire après une période de punition en coopérant deux fois de suite ; – elle est compréhensive : elle ne tient pas compte des réactions de c son adversaire pendant les périodes de punition (nous allons voir qu'en réalité c'est un défaut).

LA-DEUXIÈME : Je joue successivement cinq coups de chacune des stratégies DONNANT-DONNANT, GENTILLE (toujours coopérer), RANCUNIÈRE (toujours trahir dès que l'autre a trahi), PÉRIODIQUE-GENTILLE (jouer périodiquement coopérer, coopérer, trahir). Je calcule le score moyen obtenu par les quatre derniers coups de chaque série. (§) Si la meilleure moyenne est inférieure à 1,5, j'abandonne, sinon je joue 12 coups de la meilleure. Sur la base des 12 derniers coups, je réévalue alors le score moyen de la stratégie jouée. Je retourne en (§).

Cette stratégie prend l'initiative de trahir (quand elle joue PÉRIODIQUE-GEN-

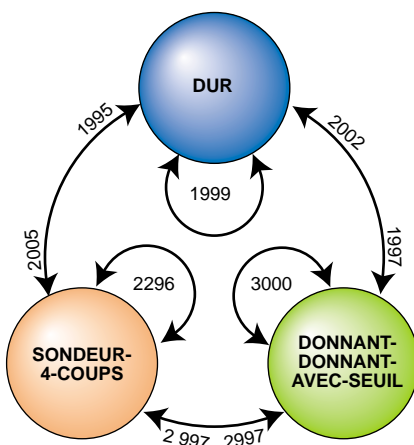
TILLE) et donc c'est une méchante, ce qui semble un désavantage. Son système de test et de choix est astucieux et compense ce risque pris en trahissant.

LA-TROISIÈME : À la première partie, je coopère et je suis calme. Lorsque je suis calme, je joue DONNANT-DONNANT, mais si mon adversaire trahit, je m'énerve. Si je suis énervé et qu'il coopère, je coopère et redeviens calme, mais s'il me trahit, je le trahis et deviens furieux. Lorsque je suis furieux, je trahis toujours, sauf s'il trahit 12 fois de suite, auquel cas je regarde s'il a trahi plus souvent qu'il n'a coopéré. Si c'est le cas, je renonce, sinon je coopère, et je redeviens seulement énervé.

L'idée de cette stratégie est un peu plus difficile à comprendre. Cependant, – elle est gentille ; – elle est réactive, et même très sensible, car elle s'énerve et devient furieuse facilement ; – quand elle est furieuse, elle tente d'exploiter l'autre au maximum en trahissant toujours, si l'autre ne se laisse pas faire (ce qu'elle considère établi quand il a trahi 12 fois de suite), alors elle lui donne une dernière chance de coopération s'il n'a pas été trop méchant dans le passé et, sinon, elle renonce.

On constate que ce ne sont pas des stratégies très simples qui gagnent. En revanche, les principes à la base de leur conception sont compréhensibles et ne recourent qu'à des considérations de bon sens. Le fait que ce soient trois stratégies assez différentes qui arrivent en tête prouve à notre avis que, comme cela se passe dans le monde vivant, plusieurs schémas d'organisation différents sont viables. D'ailleurs la comparaison avec le monde vivant peut être prolongée : – certains principes doivent absolument être respectés : pour un être vivant, il faut réussir à tirer de l'énergie de son environnement et disposer d'un mode de reproduction efficace, alors que pour une stratégie, il faut être réactive et savoir renoncer ; – certaines idées sont mauvaises : chez les êtres vivants, il n'y a pas de mammifères à cinq pattes, ni d'animaux ayant des roues à essieux, tandis que chez les stratégies, être méchant ou renoncer trop vite se révèle mauvais ; – certaines combinaisons de principes de bon sens s'accordent bien ensemble, d'autres non, et il n'est pas simple de deviner lesquelles sans expérimentation.

Une étude du classement montre que l'utilisation de la seule idée du SEUIL (au-delà duquel on renonce) ou du DONNANT-DONNANT ne suffisait pas pour être dans les 40 premiers. En revanche, la combi-



6. LE MINI-CONCOURS AVEC TROIS STRATÉGIES. Les chiffres indiquent les scores obtenus dans chaque série de 1 000 parties. Au total, DONNANT-DONNANT-AVEC-SEUIL gagne.

raison des deux idées (voir le DONNANT-DONNANT-AVEC-SEUIL) donne, selon les paramètres retenus dans cette combinaison, un classement entre 7^e et 47^e.

Ces expériences montrent que, contrairement à ce que les premières expérimentations sur le dilemme itéré sans renoncement établissaient, la stratégie DONNANT-DONNANT est susceptible d'être perfectionnée. Il n'y a vraisemblablement pas de limites aux perfectionnements possibles de DONNANT-DONNANT et à la variété de ces perfectionnements, comme il n'y en a pas quand il s'agit des êtres vivants.

Établir cette thèse dans l'absolu est sans doute difficile, mais nous avons fait un premier pas en concevant plusieurs stratégies qui auraient gagné si elles avaient joué. En voici trois exemples :

ENCORE-MEILLEURE-A : Je joue comme LA-MEILLEURE, sauf que je comptabilise toutes les trahisons de l'autre, y compris lorsque je suis en phase de punition.

ENCORE-MEILLEURE-B : Je joue comme LA-DEUXIÈME, sauf que je ne commence mon système de test et de choix que lorsque mon adversaire a trahi une fois.

ENCORE-MEILLEURE-C : Je joue comme LA-TROISIÈME, sauf que je ne m'énerve que lorsque mon adversaire a trahi deux fois de suite (au lieu d'une fois).

Dans le premier cas, on corrige un défaut de LA-MEILLEURE, qui a tort de ne pas comptabiliser les trahisons de son adversaire pendant les phases de puni-

tion : il ne faut pas être indifférent aux coups de pied que vous recevez pendant que vous donnez une fessée! Dans le second cas, on enlève à la stratégie LA-DEUXIÈME son défaut majeur, qui était d'être méchante, et, dans le troisième cas, on corrige la trop grande susceptibilité de la stratégie LA-TROISIÈME.

De la complexité à l'intelligence, il n'y a qu'un pas et un joueur humain réussirait sans doute mieux que n'importe quelle stratégie programmée (au problème près que jouer 95 parties de 1 000 coups serait sans doute assez pénible).

Robustesse des résultats

En un sens un peu général, une bonne stratégie ne doit pas être trop sensible aux variations de l'environnement. Il est spectaculaire de voir comment, dans des simulations écologiques (comme à propos du dilemme sans renoncement), l'élimination des méchantes est systématique, à tel point d'ailleurs que la stratégie classée deuxième se trouve éliminée en quelques générations. Les stratégies qui étaient trop méchantes reculent, car les méchantes disparaissent vite et ne sont donc plus là pour les favoriser. Mais la stratégie LA-MEILLEURE reste classée première même dans cette variante du concours, prouvant que les principes de sa conception sont bons.

Nous avons fait d'autres tests en faisant varier les coefficients du jeu ou la durée des parties. Ces essais font appa-

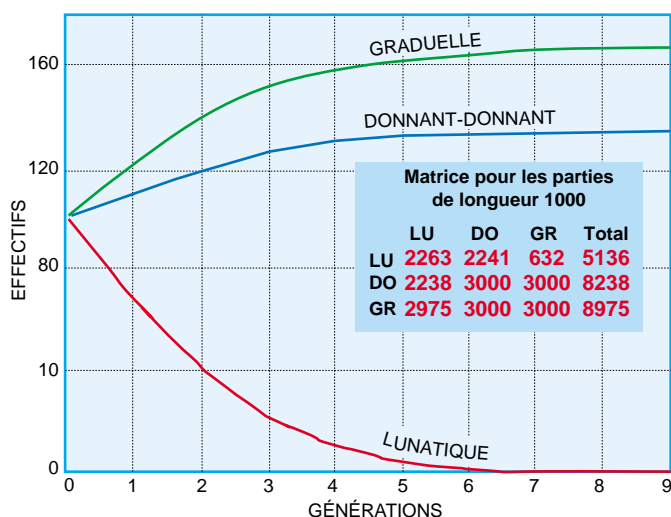
raître de légers changements dans le classement, mais ne remettent pas en cause les conclusions générales obtenues et confirment bien, en particulier, que c'est l'accumulation de propriétés de bon sens qui donne les meilleures stratégies.

Nous sommes donc convaincus que la mise au point de stratégies de plus en plus robustes et obtenant de bons résultats dans de nombreuses situations différentes est possible. Pour aller plus loin, il faudrait disposer d'une variété toujours plus grande de stratégies de base et, en particulier, la centaine de stratégies que nous avons ne nous permet pas, raisonnablement, d'obtenir plus que ce que nous venons de dire. Une perspective infinie de perfectionnements successifs se présente, dont seule une infime partie nous a été dévoilée. Nous en sommes à un niveau de complexité équivalent aux premiers instants de la vie sur Terre.

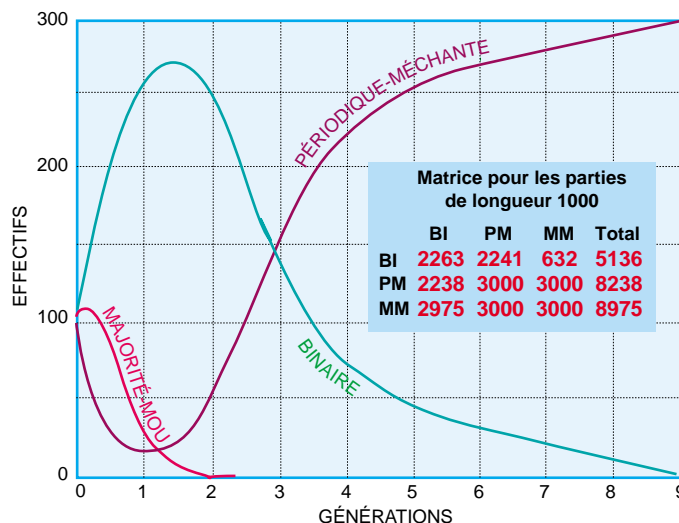
Le monde n'est pas composé de gentils

Dans notre modèle de comportement social, les stratégies gentilles gagnent aux dépens des méchantes, et aucune religion, police ou armée n'est là pour favoriser les comportements coopératifs ; pourtant, la mécanique mathématique du jeu conduit à un univers apaisé et idyllique où seuls les gentils perdurent et où voleurs et exploiters disparaissent.

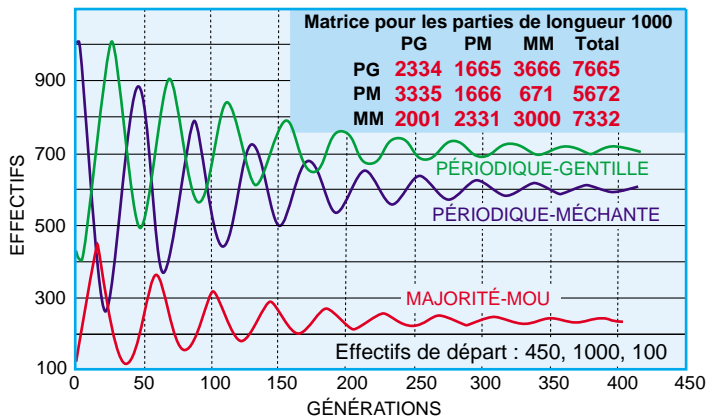
Ce type de conclusions correspond à une philosophie optimiste du monde ;



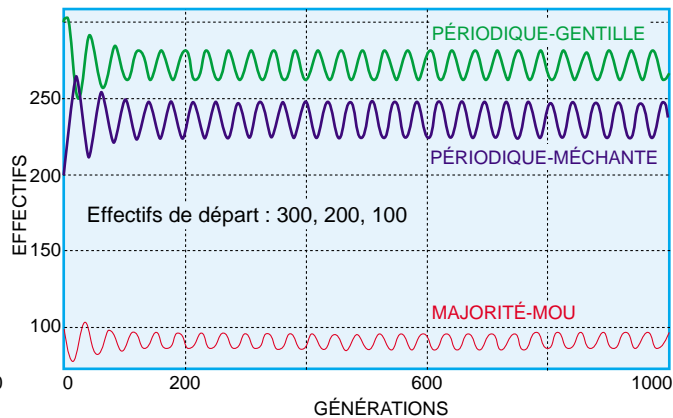
7. «LE CRIME NE PAIE PAS.» Évolution des populations de stratégies pendant 10 générations à partir d'un effectif de 100 stratégies de chaque sorte. La stratégie lunatique, la seule à prendre l'initiative de la trahison, se fait éliminer. Cette évolution avec élimination des méchantes et stabilisation dans un état de coopération généralisée est fréquente. Remarquons que GRADUELLE bat DONNANT-DONNANT. Ce n'est pas un hasard, car il a été établi récemment que GRADUELLE était meilleure que DONNANT-DONNANT dans de nombreux contextes.



8. «LE CRIME... PAIE.» PÉRIODIQUE-MÉCHANTE commence mal, ce qui profite d'abord aux autres, puis uniquement à BINAIRE. La stratégie MAJORITÉ se fait alors éliminer, bien qu'elle soit gentille, tandis que les deux autres sont méchantes. Il se produit ensuite un retour de PÉRIODIQUE, qui reste seule à partir de la génération 90. La stratégie ayant le plus faible résultat en tournoi (d'où sa baisse initiale) gagne la simulation écologique : elle a utilisé l'autre stratégie MÉCHANTE pour éliminer la GENTILLE, puis s'est débarrassé d'elle.



9. «TOUT VIENT À POINT À QUI SAIT ATTENDRE.» Les trois populations oscillent violemment dans les 100 premières générations, puis trouvent un équilibre qui est atteint à partir de la génération 420.



10. «L'ÉTERNEL RECOMMENCEMENT» : cette fois, l'oscillation ne se stabilise jamais : les effectifs des populations de stratégies retrouvent périodiquement les mêmes valeurs toutes les 37 générations.

elle sert d'ailleurs parfois d'arguments aux théories politiques anarchistes et aux théories économiques libérales les plus extrémistes qui y voient la preuve que ni la religion ni l'État ne sont nécessaires au bon fonctionnement des sociétés.

Hélas, ce que nous voyons sur terre n'est pas le monde de coopération généralisée prévu par la théorie. Où est la faille? Le modèle utilisé est-il trop simple? Peut-être, mais aucune complication du modèle n'a donné de conclusions bien claires. Aussi vaut-il mieux le conserver, au moins dans un premier temps, et examiner d'autres facteurs.

Un modèle est sérieusement envisagé par les spécialistes de la théorie de l'évolution : il fait intervenir des mutations. Dans la simulation écologique, aucune stratégie nouvelle n'apparaît jamais : il n'y a pas de mutations, et c'est d'ailleurs pourquoi elle est appelée ainsi et non pas simulation évolutionniste. Dans un monde où soudainement apparaissent par mutation des stratégies méchantes exploitant une société de coopération généralisée, ces mutants méchants déstabilisent le bel équilibre. Des simulations utilisant la technique des algorithmes génétiques (les morceaux de programmes constituant les stratégies subissent aléatoirement des mutations et des croisements) confirment cette hypothèse. C'est une première explication de la non-convergence constatée du monde réel vers la coopération généralisée.

Une autre explication s'appuie sur la trop grande simplicité des simulations informatiques réalisées jusqu'à présent. Il a été établi que des stratégies complexes pouvaient obtenir de bons résultats en compétition écologique. Par exemple, une stratégie proposée par un lecteur, dite GRADUELLE, est plus effi-

cace, mais moins simple, que DONNANT-DONNANT : «Je coopère, mais lorsque mon adversaire me trahit, je réplique par une série de N trahisons successives, où N est le nombre de trahisons passées de mon adversaire, suivie de deux étapes de coopération ayant pour objet de renouer une phase de coopération.»

Nous devons donc nous interroger sur les expériences réalisées jusqu'ici : la coopération constatée dans les écosystèmes simples ne faisant intervenir que des stratégies simples est-elle vraiment générale? Il faut réaliser de nouvelles expérimentations à plus grande échelle, où agissent des familles de plusieurs milliers de stratégies complexes. Ces expérimentations sont difficiles. Comment pouvons-nous être assurés que nous n'oublions pas d'idées pertinentes? Comment pouvons-nous mesurer la représentativité des écosystèmes construits? Ces expérimentations ont déjà été entreprises, et leurs résultats devront certainement être pris en compte dans l'analyse finale.

Le dernier facteur pouvant expliquer l'inadéquation entre le monde observé et les expérimentations qui convergent vers un monde de coopération généralisée est lié à la dynamique des simulations écologiques. Cette dynamique n'est pas toujours une simple convergence, et c'est ce phénomène découvert fortuitement que nous allons détailler.

Des dynamiques inattendues

Quelle ne fut pas notre surprise lorsqu'après de longs calculs nous avons aperçu sur notre écran d'ordinateur une courbe hésitante, différente de toutes celles que nos expérimentations engen-

draient habituellement. Ce premier cas d'oscillation complexe dans une simulation écologique du dilemme des prisonniers faisait intervenir cinq types de stratégies. Nous avons entrepris de rechercher systématiquement si de tels cas pouvaient se produire. Nous avons recherché les situations présentant ces oscillations et utilisant le moins de stratégies possibles.

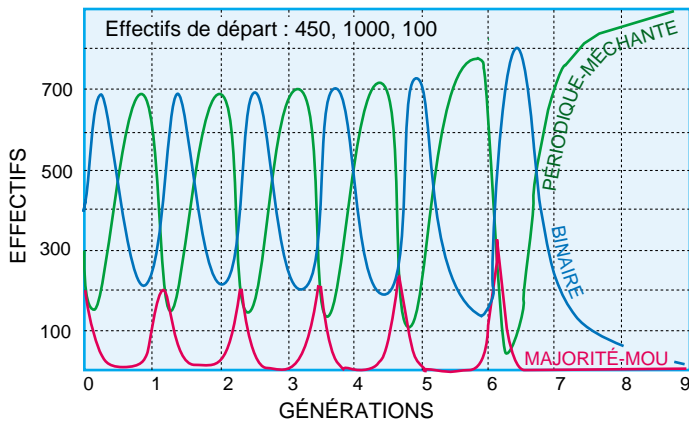
Nous avons repris les stratégies DONNANT-DONNANT, LUNATIQUE, PÉRIODIQUE-MÉCHANTE, MAJORITÉ-MOU, PÉRIODIQUE-GENTILLE et SONDEUR de la figure 2, auxquelles nous avons ajouté, après les suggestions des lecteurs, GRADUELLE (décrite ci-dessus), BINAIRE (coopère, puis trahit périodiquement) et CCCCT (coopère quatre fois et trahit).

Avec deux types de stratégies, aucune dynamique complexe ne se présente jamais, ce que des arguments mathématiques confirment. Avec trois, en revanche, tout semble possible, et... tout se produit. Il est fréquent, en mathématiques, que des modes de fonctionnement complexes apparaissent pour trois corps, dans la dynamique des planètes par exemple...

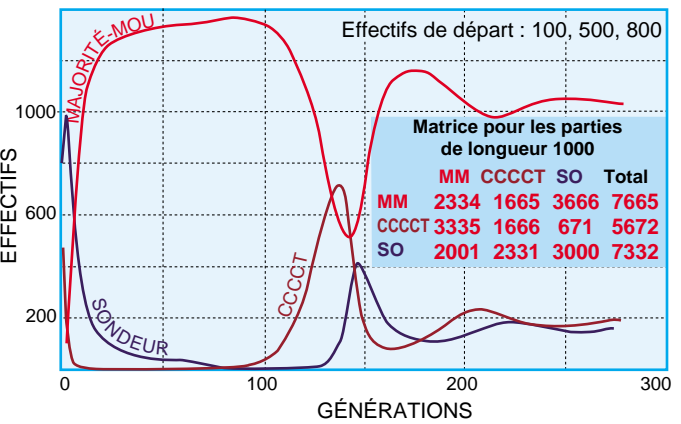
Après avoir analysé des milliers d'évolutions et sélectionné (par programme) les plus remarquables, nous proposons de classer les phénomènes observés en cinq groupes.

Le premier, qui correspond à la grande majorité des cas et que l'on croyait pour cela général, est la convergence monotone : les effectifs des populations après une évolution monotone se stabilisent complètement (voir les figures 7 et 8).

Le deuxième cas est celui des mouvements oscillatoires atténués : les effectifs des populations oscillent avec



11. «TANT VA LA CRUCHE À L'EAU...» L'oscillation augmente jusqu'à la rupture, qui se fait au bénéfice de PÉRIODIQUE-MÉCHANTE qui reste seule après avoir entraîné ses adversaires dans une ronde folle où elles ont péri. Les oscillations violentes permettent la survie de stratégies non coopératives qui tirent profit du désordre général.



12. «DE LA DISCUSSION NAÎT LA LUMIÈRE» ou le cas du mouvement hésitant. Après une instabilité forte pendant 250 générations où chacune des trois stratégies frôle la catastrophe, un point d'équilibre est atteint. La sensibilité aux conditions initiales de ce type de dynamique permet de parler de situation chaotique.

une amplitude décroissante, ce qui conduit comme dans le premier cas à une stabilisation, mais après de nombreux revirements (voir la figure 9).

Le troisième cas est celui des mouvements périodiques : les effectifs des stratégies après une phase éventuelle d'hésitation évoluent cycliquement, reproduisant régulièrement après plusieurs générations la même combinaison, sans qu'il y ait jamais de stabilisation (voir la figure 10). On remarque que ces oscillations apparaissent aussi dans le monde réel quand interviennent trois populations.

Le quatrième cas, celui des oscillations croissantes avec rupture (voir la figure 11), est analogue au précédent, sauf que maintenant l'oscillation va s'amplifiant, ce qui conduit à une «rupture», comme pour un pont qui finit par casser à la suite de mouvements de balancement de plus en plus importants.

Le cinquième type de dynamique regroupe les cas inclassables : les mouvements semblent désordonnés (voir la figure 12). Dans nos expériences, ces mouvements désordonnés ne se poursuivent pas très longtemps, aussi hésitons-nous à parler de chaos.

Le chaos s'introduirait-il?

L'analogie avec d'autres phénomènes observés en météorologie, en chimie et en physique est tentante. Pour savoir si le «chaos» était présent, nous avons étudié la sensibilité aux conditions initiales : une petite variation dans les compositions initiales des populations se traduisait-elle par une variation importante dans le phénomène observé?

La réponse est oui. Ces petites modifications des compositions initiales

en stratégies entraînent parfois la disparition de l'oscillation, ou le changement du gagnant d'une oscillation avec rupture. Presque toujours, la forme des courbes change brusquement.

Dans les cas périodiques, avec oscillations décroissantes ou rupture, des stratégies méchantes interviennent toujours. Parfois même, lors de la rupture dans le cas d'une oscillation d'amplitude croissante, le gagnant est une stratégie méchante : tout se passe donc comme si le désordre donnait de meilleures chances aux voleurs et était finalement défavorable aux stratégies coopératives. La conclusion quant à la réglementation sociale nécessaire s'impose.

L'instabilité liée aux conditions initiales ajoutée au fait que le gagnant final, quand il y en a un, n'est pas nécessairement gentil, ni nécessairement celui qui gagne le tournoi simple, rend imprévisible le déroulement de ces dynamiques à partir des seules équations et des résultats des confrontations deux à deux.

D'autres types d'instabilités confirment que nous sommes bien dans un cas

chaotique : sensibilité aux variations des paramètres de gains, sensibilité à la longueur des confrontations, sensibilité aux méthodes d'arrondi numérique utilisées dans les calculs.

Il est fort possible qu'avec des stratégies complexes, ce qui nous était apparu exceptionnel (rappelons que nous n'avons trouvé ces cas oscillants qu'après de longues recherches numériques) ne devienne la règle. Cela signifierait que, contrairement à l'interprétation la plus souvent acceptée des simulations réalisées sur le dilemme des prisonniers, la coopération n'est pas l'état attracteur le plus fréquent. Ainsi, le monde des rapports sociaux serait, par nature, instable à cause des dynamiques oscillatoires ou chaotiques conduisant inéluctablement à des ruptures profitant aux stratégies agressives.

Cette vision, que les simulations informatiques seules ne pourront pas prouver de manière définitive, nous fascine et nous inquiète, mais, avouons-le, nous amuse plus encore.

Jean-Paul DELAHAYE et Philippe MATHIEU sont professeurs à l'Université des sciences et technologies de Lille et chercheurs au Laboratoire d'informatique fondamentale du CNRS, à Lille.

B. BEAUFILS, J.-P. DELAHAYE et P. MATHIEU, *Our Meeting with Gradual : A good Strategy for the Itarated Prisoner's Dilemma*, in *Intern. Cof. on Artificial Life V (ALIFE V)*, pp. 159-165, 16-18 mai 1996, Nara (Japon).

J.-P. DELAHAYE, *Logique, informatique et paradoxes*, Bibliothèque Pour la science, 1995.

K. LINDGREN et M. NORDAHL, *Cooperation and Community Structure in Artificial Ecosystems*, in *Artificial Life, an Overview*, sous la dir. de C. Langton, MIT Press, pp. 15-37, 1995.

W. POUNDSTONE, *Prisoners Dilemma*, Oxford University Press, 1993.

M. NOWAK et K. SIGMUND, *TIT for TAT in Heterogeneous Populations*, in *Nature*, vol. 355, n° 16, pp. 250-253, janvier 1992.

R. AXELROD, *Donnant-donnant, Théorie du comportement coopératif*, Éditions Odile Jacob, Paris, 1992.

J. HOLLAND, *Les algorithmes génétiques*, in *Pour la Science*, pp. 44-51, n° 179, septembre 1992.

R. DAWKINS, *Le gène égoïste*, Colin, 1990.

Sur le site Internet <http://www.lifl.fr/ipd>, on trouvera des programmes et des articles sur le dilemme des prisonniers, ainsi que des détails sur les expérimentations réalisées ici.