

## LOGIQUE & CALCUL

### Comment jouer parfaitement au poker

*Un jeu où intervient le hasard et où les joueurs ne disposent que d'une information incomplète, le poker Hold'em à deux joueurs, vient d'être résolu : la stratégie mise au point ne peut être battue par aucune autre.*

Jean-Paul DELAHAYE

**I**l y a deux façons de résoudre par l'informatique un jeu à deux joueurs. Soit on conçoit un programme qui l'emporte sur tout adversaire humain, ce qui n'est pas forcément définitif puisque les joueurs humains pourraient rattraper leur retard : c'est la « résolution faible ». Soit on conçoit un programme impossible à battre parce qu'il joue de façon optimale : c'est la « résolution forte ».

Pour le jeu d'échecs, on a réussi la résolution faible : depuis le fameux match entre Garry Kasparov et l'ordinateur *Deep Blue* en 1997, la machine est meilleure que tout joueur humain, et il n'y a guère d'espoir aujourd'hui qu'un humain renverse la situation. À cause de l'énorme combinatoire du jeu (on évalue à  $10^{120}$  le nombre de parties possibles), la plupart des spécialistes pensent que nous n'arriverons pas à atteindre la résolution forte dans un avenir prévisible. Certains experts en programmation des jeux tels que les Français Simon Viennot et Julien Lemoine (créateurs du meilleur programme pour le jeu des pousses, voir *Pour la Science* de septembre 2008) pensent cependant que les méthodes de simplification de l'arbre de toutes les parties, méthodes qu'ils ont contribué à perfectionner, seront sans doute en mesure de produire une stratégie optimale pour le jeu d'échecs, donc une résolution forte, d'ici une vingtaine d'années. Selon Maxime Vachier-Lagrave, meilleur joueur français depuis Philidor (1726-1795), la stratégie optimale conduira à une partie nulle.

Pour le jeu des dames anglaises (proche des dames françaises, mais qui se joue sur un tableau  $8 \times 8$ ), le programme Chinook développé par l'équipe de Jonathan Schaeffer, de l'Université de l'Alberta au Canada, propose depuis 2007 une résolution forte. Ce programme démontre en particulier que le joueur qui commence fera au pire une partie nulle : si l'adversaire de Chinook commet des fautes, Chinook gagnera, s'il joue parfaitement, la partie sera nulle.

Dans le cas du jeu de go, les programmes ont récemment progressé, mais on n'a pas encore atteint la résolution faible : les bons joueurs dominent sans trop de mal les meilleurs programmes.

Les jeux mentionnés ci-dessus sont tous des jeux à information complète : rien n'est caché aux joueurs et le hasard n'y tient aucun rôle. Les jeux de cartes (belote, poker, etc.) sont d'une nature différente. D'une part, le hasard intervient lors de la distribution des cartes ; on peut donc avoir un bon ou un mauvais jeu, et avec un mauvais jeu, la victoire est improbable. D'autre part, l'information sur la répartition des cartes n'est disponible que partiellement aux joueurs, qui ignorent les cartes distribuées à leurs adversaires.

On peut toutefois parler de résolution faible et de résolution forte pour de tels jeux. Un programme résout faiblement le jeu s'il gagne contre tout joueur humain à l'issue d'un nombre suffisamment grand de parties (nombre qui équilibre les coups de chance

ou de malchance). Un programme résout fortement un jeu de ce type s'il est impossible à améliorer, donc s'il gagne ou fait jeu égal contre tout joueur imaginable pourvu que le nombre de parties soit assez grand.

En janvier 2015, une équipe de chercheurs réunie autour de Michael Bowling de l'Université de l'Alberta a publié un article décrivant la résolution forte d'une variante de poker pratiquée par de nombreux joueurs humains : le poker Heads up limit Hold'em ou HULHE, qui est la variante du poker Hold'em pratiquée à deux joueurs avec des mises limitées (voir l'encadré ci-contre).

#### Résolution faible

On considère que la résolution faible du poker HULHE a été obtenue en 2008 par le programme *Polaris*, développé principalement par Bradley Johanson, lui aussi de l'Université de l'Alberta. En effet, *Polaris* a été confronté à six joueurs professionnels : il gagna trois séries, il en perdit deux et fit match nul pour une. Chacune des séries comportait 500 mains jouées en *duplicate* : chaque distribution était jouée deux fois en inversant les joueurs. Cette méthode établit une parfaite symétrie entre les joueurs, dont aucun ne peut prétendre avoir été victime de malchance. Il aura donc fallu seulement sept années pour passer de la résolution faible à la résolution forte, pour le poker HULHE. C'est assez peu, comparé au jeu d'échecs qui, selon les spécialistes

## Le poker Hold'em

**L**e poker Hold'em a été popularisé par le film *Casino Royale* où James Bond bat son adversaire avec une quinte flush (45678 de pique) contre un full (brelan d'as et paire de 6). La hiérarchie des mains est indiquée ci-contre. Au début de chaque partie de poker Hold'em, chaque joueur reçoit deux cartes visibles de lui seul. Progressivement, s'ajoutent cinq cartes visibles de tous sur la table de jeu.

D'abord trois cartes (le « flop »), puis une (le « turn »), puis la dernière (la « river »). Chaque joueur utilise deux, une ou aucune de ses cartes, auxquelles il ajoute certaines des cinq cartes de la table pour composer une main de cinq cartes qui doit présenter la combinaison la plus forte possible (paire, deux paires, brelan, suite, couleur, full, carré, quinte, quinte flush, quinte royale). Des mises obligatoires au début du jeu constituent le pot, puis à mesure que les cartes de la table de jeu sont dévoilées, les joueurs abandonnent (et perdent alors les sommes qu'ils ont engagées), égalisent ou enchérissent. Les enchères terminées, les joueurs encore dans le jeu dévoilent leurs cartes (« showdown ») et celui qui a la plus forte main emporte le pot. En cas d'égalité, le pot est partagé.

Le vocabulaire utilisé pour la phase d'enchère est le suivant :

– Se coucher (« fold ») : renoncer

en abandonnant ses mises.

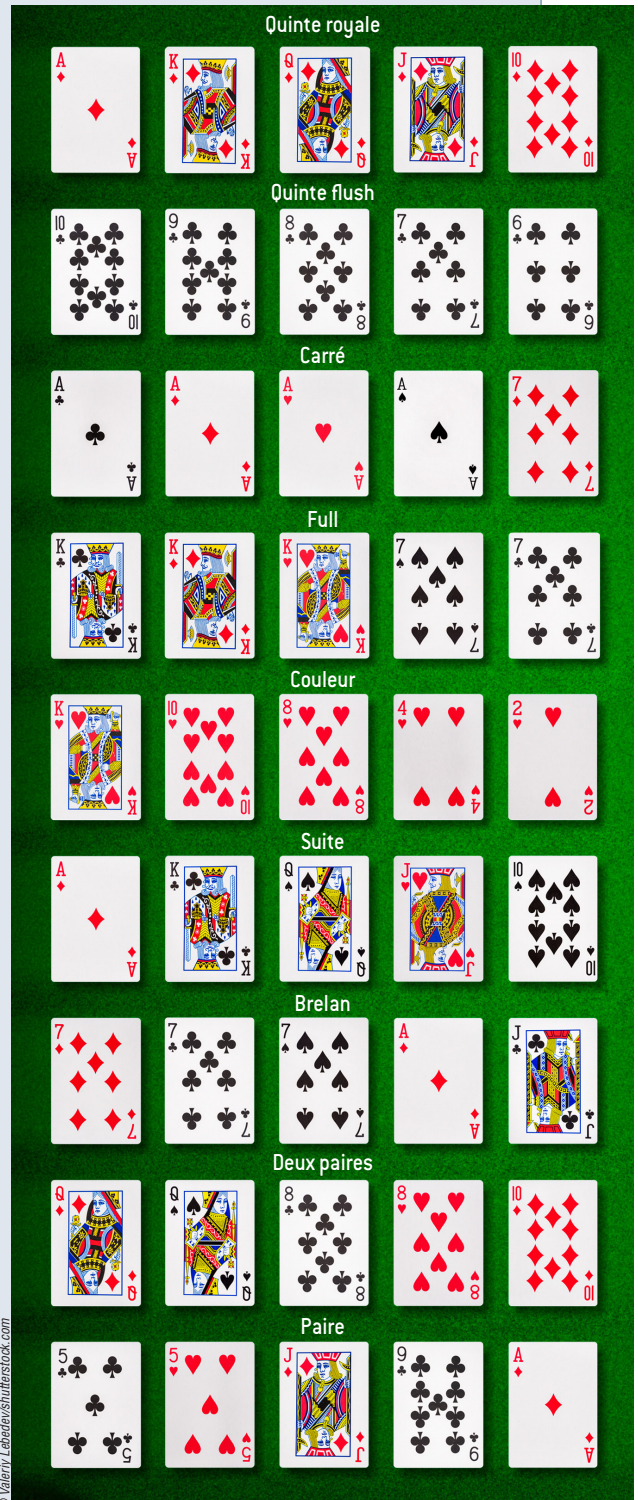
– Suivre (« call ») : égaliser sa mise avec les mises les plus fortes pour rester dans la partie.

– Relancer (« raise ») : ajouter une mise conduisant à un total de ses mises supérieur à celles des autres joueurs, ce qui les oblige soit à se coucher, soit à suivre ou à relancer.

– Tapis (« all in ») : miser tout ce que l'on a.

Dans le Hold'em limit, un maximum de mise pour chaque partie est fixé au départ (*plus de détails sur :* <http://fr.pokerlistings.com/regles-holdem>).

La chance joue un rôle majeur, mais les différents films sur le poker mettent en exergue les capacités de déduction, le contrôle de ses expressions pour ne pas laisser transparaître son jeu, ainsi que le sens du spectacle de ces héros des tables. Dans tous les films, la dernière main est d'une force exceptionnelle chez les deux joueurs.



les plus optimistes, ne franchira la seconde étape que quarante ans après la première.

Pour les jeux du type poker, du fait de l'information partielle disponible aux joueurs et du facteur chance, les stratégies optimales ne consistent pas en des règles déterministes du type « Si votre jeu est J, que les cartes découvertes sur la table sont D et que votre adversaire vient d'enchérir, alors vous devez suivre », mais en des règles probabilistes : « Si votre jeu est J, que les cartes découvertes sur la table sont D et que votre adversaire vient d'enchérir, alors vous devez suivre dans 20 % des cas, et renoncer dans 80 % des cas ».

La détermination des bonnes probabilités pour chaque situation de jeu est délicate et exige plus de calculs que ceux qu'on ferait pour un jeu à information complète sans

hasard ayant le même nombre de situations de jeu. Pour le poker HULHE, il y a d'ailleurs un nombre colossal de situations de jeu. Après suppression des symétries, on en dénombre  $3,19 \times 10^{14}$  (319 mille milliards). On comprend pourquoi ce poker élémentaire (comparé aux versions sans limites de mise et à plus de deux joueurs) a été difficile à traiter. C'est la première fois que l'on résout fortement un jeu véritablement pratiqué par de nombreux joueurs où le hasard intervient et où les joueurs ne disposent que partiellement de l'information sur les distributions.

À vrai dire, la résolution forte du poker HULHE n'a été obtenue qu'à « epsilon près » : la stratégie probabiliste de jeu calculée par l'équipe de Michael Bowling ne peut être battue de manière nette par aucun joueur qui affronterait le programme pendant une

durée humainement envisageable. Le résultat exact est : un joueur jouant 200 parties par heure durant 12 heures chaque jour pendant 70 ans ne peut pas faire la différence, avec une certitude de 95 %, entre la stratégie optimale à epsilon près calculée par l'équipe de Michael Bowling et la stratégie réellement optimale.

D'une certaine façon d'ailleurs la stratégie probabiliste optimale n'est pas calculable, puisqu'elle demanderait la détermination d'une grande quantité de nombres réels (les probabilités liées à chacune des situations de jeu) avec une précision infinie. Le petit décalage entre ce qui a été calculé et la solution mathématique parfaite est donc sans grande importance, et il n'y a pas d'abus à considérer que la solution à epsilon près résout de manière forte le poker HULHE.

## La stratégie optimale pour le micro-

**L**e jeu de micro-poker (poker AKQ) prouve que bluffer est parfois utile et que ce n'est pas une question de psychologie, mais un résultat de la théorie des jeux. Dans ce poker à trois cartes, il y a deux joueurs (A et B) et trois cartes notées 1, 2 et 3 symbolisant les trois cartes Q, K, A (figurées ci-dessous) de l'intitulé du jeu. La carte 3 bat les cartes 2 et 1, la carte 2 bat la carte 1. Au départ, chaque joueur engage un euro. Cela constitue un pot de deux euros. On distribue une carte à chaque joueur.

Chacun regarde sa carte. Le joueur A indique s'il enchérit en engageant un autre euro. S'il n'enchérit pas, B prend le pot (et gagne donc un euro). Si A a enchéri, c'est au tour de B de dire s'il enchérit en ajoutant un second euro, ou non. Si B n'enchérit pas, A prend le pot (et gagne donc un euro). Si B enchérit, il y a maintenant quatre euros dans le pot. Les joueurs montrent alors leur carte. Celui qui a la plus forte emporte le pot.

### Analyse du jeu

La seule décision prise par le joueur A (de même pour B) est d'enchérir ou non en fonction de la carte qu'il a reçue. Pour A, il y a trois situations  $A_1$ ,  $A_2$  et  $A_3$  selon qu'il a reçu la carte 1, 2 ou 3, et pour B, il y a de même trois situations  $B_1$ ,  $B_2$  et  $B_3$ .

Les seules parties possibles sont :

$A_1/B_2$ ,  $A_1/B_3$ ,  $A_2/B_1$ ,  $A_2/B_3$ ,  $A_3/B_1$  et  $A_3/B_2$ .

Certaines décisions sont évidentes à prendre. Dans la situation  $A_3$ , A choisira d'enchérir (il est certain de gagner). Dans la situation  $B_1$ , B choisira de ne pas enchérir (il est certain de perdre). Dans la situation  $B_3$ , B choisira d'enchérir (il est certain de gagner). Dans la situation  $A_2$ , le joueur A doit enchérir. En effet :

Si A enchérit, alors : si B a la carte 1, B n'enchérira pas, et donc A gagnera un euro ; et si B a la carte 3, B enchérira et par conséquent A perdra deux euros. Cela fait pour A une perte moyenne de 1/2 euro par coup.

Si A n'enchérit pas, alors A perd un euro par coup. C'est plus que 1/2 euro.

Il reste deux cas à analyser. Dans la situation  $A_1$ , le joueur A doit-il bluffer en enchérissant, et dans la situation  $B_2$ , le joueur B doit-il risquer de perdre deux euros en enchérissant ? Il n'y a pas de réponse déterministe à ces deux

questions et pour y répondre il faut utiliser les stratégies mixtes de von Neumann : A et B choisiront de bluffer ou d'enchérir avec une certaine probabilité. Notons  $p$  la probabilité avec laquelle A doit enchérir dans la situation  $A_1$  pour jouer au mieux. Notons  $q$  la probabilité avec laquelle B doit enchérir dans la situation  $B_2$  pour jouer au mieux.

La théorie des jeux enseigne que dans le cas de stratégies optimales pour A et B, les valeurs  $p$  et  $q$  correspondent à un équilibre de Nash, autrement dit à une situation où :

- Si A change de stratégie (c'est-à-dire la valeur de  $p$ ), le joueur B peut ajuster la sienne (la valeur de  $q$ ) de telle façon que A gagne moins (autrement dit, A n'a pas intérêt à changer).

- Même chose en échangeant A et B.





L'un des résultats annexes obtenus par la solution calculée est que le meneur de jeu (celui qui distribue les cartes) est favorisé par rapport à son adversaire dans une partie de poker HULHE : sur le long terme et si c'était toujours le même joueur qui distribuait les cartes, il serait certain de gagner de l'argent. C'est conforme à ce que les professionnels du jeu pensaient depuis longtemps : celui qui parle en premier est désavantagé.

## Des calculs massifs

L'analyse du jeu a été un énorme travail mathématique et informatique. Les diverses équipes étudiant le poker ont récemment introduit de nouvelles méthodes cruciales pour réussir. En particulier, la méthode

permettant de calculer les solutions pour des règles de jeux qui amènent un très grand nombre de situations de jeu a été mise au point il y a moins de dix ans.

Cette méthode a pour nom CFR, pour « Counterfactual Regret Minimization ». L'idée est de faire jouer un programme contre lui-même et de faire évoluer les probabilités de choix qu'il calcule pour chaque point de décision en fonction des succès et échecs obtenus lors de parties simulées. Depuis son introduction en 2007, cette méthode a permis d'étudier des jeux dont le nombre de points de décision a été de plus en plus grand. Un poker simplifié ayant  $3,8 \times 10^{10}$  situations de jeu a pu ainsi être traité en 2012, ouvrant la porte au calcul de la solution pour le jeu réel HULHE qui en comporte presque 10 000 fois plus.

Comme pour le calcul effectué afin de prouver que 16 données ne garantissent jamais une solution unique pour un problème de sudoku  $9 \times 9$  (voir *Pour la Science* de janvier 2015), ce qui a été fait est aux limites de ce qui est techniquement envisageable aujourd'hui. Pour déterminer leur solution optimale à epsilon près, l'équipe de Michael Bowling a lancé un travail informatique sur un réseau de 200 machines disposant chacune de 32 gigaoctets (32 milliards de fois 8 bits) de mémoire vive et d'un disque d'un téraoctet (mille milliards de fois 8 bits). Le jeu a été divisé en 110 565 sous-jeux. Chaque itération de l'algorithme CFR exigeait 61 minutes. Les 1 579 itérations requises ont pris deux mois pour l'ensemble du dispositif. Le calcul total équivalait à 900 années de fonctionnement d'une machine à un seul cœur.

## poker à trois cartes (poker AKQ)

### Calcul des stratégies optimales

| GAINS | $A_1/B_2$               |           | $A_1/B_3$     | $A_2/B_1$ |
|-------|-------------------------|-----------|---------------|-----------|
|       | $-2pq + p(1-q) - (1-p)$ |           | $-2p - (1-p)$ | 1         |
| A     | $A_2/B_3$               | $A_3/B_1$ | $A_3/B_2$     |           |
|       | -2                      | 1         | $2q + (1-q)$  |           |

Pour calculer l'équilibre de Nash, on étudie le gain moyen de A et de B pour des valeurs  $p$  et  $q$  fixées (tableau ci-dessus).

À titre d'exemple, expliquons l'expression  $-2pq + p(1-q) - (1-p)$  correspondant au gain de A dans le cas où A a la carte 1 et B la carte 2. Si A bluffe et B suit (probabilité  $pq$ ), A perd 2 euros (d'où le  $-2pq$ ) ; si A bluffe et B ne suit pas (probabilité  $p(1-q)$ ), A gagne 1 euro (d'où le  $+p(1-q)$ ) ; si A ne bluffe pas (probabilité  $(1-p)$ ), A perd un euro (d'où le terme  $-(1-p)$ ).

Le gain moyen de A en fonction de  $p$  et  $q$  (en supposant que les cartes sont distribuées équitablement) s'obtient en faisant la somme des gains dans chaque partie possible et en divisant par 6 (car les six parties possibles sont équiprobables). On trouve :

$$\text{Gain A}(p, q) = -(p - 1/3)(q - 1/3)/2 - 1/9 \\ = -\text{Gain B}(p, q)$$

L'équilibre de Nash qui donne les stratégies mixtes optimales pour A et B s'obtient par le calcul, en examinant les points où les dérivées de Gain A par rapport à  $p$  et par rapport à  $q$  s'annulent. En un tel point, si A modifie  $p$ , B peut augmenter son gain en ajustant  $q$ , et réciproquement : aucun des deux joueurs, s'il est prudent, n'a donc intérêt à changer son choix ( $p$  pour A,  $q$  pour B).

Ce calcul de dérivées donne ici :

$$\partial(\text{Gain A})/\partial p = (-q + 1/3)/2 = 0, \text{ donc } q = 1/3;$$

$$\partial(\text{Gain B})/\partial q = (-p + 1/3)/2 = 0, \text{ donc } p = 1/3.$$

En ce point  $p = q = 1/3$ ,  $\text{Gain A} = -1/9$ , ce qui signifie qu'à ce micro-poker, celui qui parle en premier (A) est perdant en moyenne de 1/9 euro à chaque partie.

D'autres détails sur ce micro-poker figurent dans le livre de B. Chen et J. Ankenman, *The Mathematics of Poker*, ConJelCo LLC, 2007 (édition en français : *Poker Maths Sup*, Micro-Application, 2013).

Le hasard semble jouer un rôle très important au poker, aussi parfois on a pensé qu'il n'y avait pas de bons joueurs, mais seulement des joueurs chanceux. Ceux qui pratiquent le poker sont persuadés du contraire : il existe des façons intelligentes de jouer et d'autres qui, lors d'une longue série

de parties, assurent de perdre. Le débat a parfois eu une importance concrète pour l'autorisation ou non du poker en ligne dans certains États où les jeux de pur hasard sont interdits. La loi française définit ainsi les jeux de hasard : « Est un jeu de hasard un jeu payant où le hasard prédomine sur l'habileté et les combinaisons de l'intelligence pour l'obtention du gain. » Plusieurs décisions de justice ont classé le poker dans la catégorie des jeux de hasard. En 2013, une nouvelle décision prise à Toulouse a décidé du contraire. La Cour de cassation a tranché en qualifiant le poker de jeu de hasard (voir <http://www.reynaud-avocat.com/la-légalité-des-jeux-d-argent/>).

Elle a tort, et plusieurs études scientifiques ont établi l'importance du savoir-faire et de l'intelligence dans la pratique du poker. Steven Levitt et Thomas Miles, de l'Université de Chicago, ont mené une étude décisive sur cette question (S. D. Levitt et T. J. Miles, *The role of skill versus luck in poker: Evidence from the world series of poker*, *Journal of Sports Economics*, vol. 15(1), pp. 31-44, 2014, article en accès libre sur <http://jse.sagepub.com/content/15/1/31.abstract>).

## Stratégies parfaites ou adaptatives ?

**L**e calcul mathématique et informatique d'un équilibre de Nash donnant une stratégie mixte optimale pour jouer au poker HULHE a conduit en 2015 au programme de jeu *Cepheus*, qui ne perd jamais quel que soit son adversaire rencontré en face à face sur un grand nombre de parties. Cependant, ce programme de jeu n'est pas conçu

pour s'adapter au jeu particulier des joueurs rencontrés, et donc ne les exploitera pas toujours au mieux.

Un autre programme, *Polaris*, aussi conçu à l'Université de l'Alberta au Canada, a été élaboré avec un objectif d'ajustement à l'adversaire. L'idée n'a pas été de modéliser le joueur adverse, ce que font d'autres programmes de poker, car cette modélisation ne fonctionne bien que lorsqu'un très grand

nombre de parties consécutives sont connues.

Le principe adopté pour *Polaris* a été de prédéfinir une série limitée d'assez bonnes stratégies de jeux (en utilisant des calculs d'équilibre de Nash pour des versions simplifiées du jeu) et de comparer ce qu'elles auraient donné quand quelques parties ont été jouées contre l'adversaire. Dès que 50 parties sont disponibles pour faire cette comparaison, le choix opéré

parmi la liste des bonnes stratégies fixées au départ, en comparant leurs résultats sur les 50 parties, se révèle judicieux et conduit à une bonne exploitation des particularités du joueur qu'affronte le programme.

En 2008, le programme *Polaris* a affronté six joueurs professionnels dans des séries de 500 parties en *duplicate* (chaque partie est jouée deux fois en inversant les distributions). Il a gagné trois séries, en a perdu deux et a fait un match nul (M. Bowling et al., *A demonstration of the Polaris poker system*, Proceedings of The 8th International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems, 2009).



**L'ÉQUIPE DE CEPHEUS.**  
De gauche à droite :  
Mike Johanson, Michael  
Bowling et Neil Burch.

Université de l'Alberta

Plusieurs questions que les professionnels se posaient sur le jeu, concernant par exemple l'intérêt de bluffer dans certaines situations, ont pu être résolues en examinant la solution calculée. Ainsi, même les professionnels du jeu peuvent tirer de précieuses informations de telles recherches.

Une fois les calculs faits, la stratégie optimale calculée, nommée *Cepheus*, s'applique assez rapidement (*pour la tester et s'informer sur ses propriétés, voir le site <http://poker.srv.ualberta.ca>*).

Pour comprendre le travail des chercheurs, revenons sur ce qu'est une stratégie optimale dans un jeu à information incomplète avec hasard. La compréhension de ce type de jeux repose sur l'analyse qu'en a faite John von Neumann dans son célèbre livre *Theory of Games and Economic Behavior* écrit avec Oskar Morgenstern en 1944. Cette théorie, complétée entre autres par John Nash (qui reçut pour cela le prix Nobel d'économie en 1994, et qui est décédé en mai dernier), permet dans les bons cas de définir et de calculer les meilleures stratégies probabilistes, aussi dénommées stratégies mixtes.

Envisageons d'abord le jeu pierre-feuille-ciseaux (P-F-C) : chacun des deux joueurs choisit au même instant P, F ou C. Le choix P gagne sur C (la pierre casse les ciseaux) ; F gagne sur P (la feuille enveloppe la pierre) ; C gagne sur F (les ciseaux coupent la feuille). La meilleure façon de jouer à ce jeu pour un joueur ne peut pas consister à toujours choisir P (ou F, ou C) car alors son adversaire observant cette stratégie constante gagnerait à chaque coup : il choisira de toujours jouer F (ou toujours C, ou toujours P, respectivement). Le calcul, ici rendu facile par des considérations de symétrie, montre que la stratégie optimale pour un joueur est de jouer aléatoirement C avec une probabilité 1/3, P avec une probabilité 1/3 et F avec une probabilité 1/3. Avec cette stratégie, votre adversaire ne vous battra jamais et si lui-même l'adopte, vous ferez jeu égal, aux fluctuations statistiques près.

Pour nous approcher du poker HULHE, considérons le poker à trois cartes (parfois appelé poker AKQ). Deux joueurs A et B s'affrontent. Le jeu ne comporte que trois cartes qui sont la carte 1, la carte 2, la carte 3

et dont la hauteur détermine la force (la carte 3 gagne sur les deux autres, etc.). Chaque joueur engage un euro. On distribue une carte à chacun. Chaque joueur regarde sa carte. Le joueur A doit choisir : enchérir en ajoutant un euro au pot, ou renoncer et donc perdre l'euro engagé. Si le joueur A a enchéri, le joueur B doit lui-même choisir de suivre (ajouter un euro au pot), ou renoncer (et donc perdre l'euro engagé). S'il suit, les joueurs montrent leur carte et la plus forte emporte le pot.

## Théorie des jeux pour micro-poker

La plupart des situations de ce jeu très simple sont évidentes à analyser. Si par exemple A dispose de la carte 3, il doit enchérir puisqu'il ne peut pas perdre. Il y a cependant deux situations de jeu qui méritent une analyse plus fine. Si le joueur A dispose de la carte 1, il peut espérer que B a la carte 2 et tenter de le bluffer en enchérissant. Si A a enchéri et que B a la carte 2, B se demandera si A bluffe ou s'il a vraiment

la carte 3, et ne saura donc pas avec certitude quoi faire : enchérir ou renoncer ?

L'analyse de ce jeu (voir l'encadré pages 80-81) conduit à la conclusion assez peu évidente que lorsque A dispose de la carte 1, il doit bluffer dans un tiers des cas au hasard (comme pour le jeu pierre-feuille-ciseaux). Lorsque B a la carte 2 et que A vient d'enchérir, B doit lui aussi enchérir dans un tiers des cas au hasard. En jouant ainsi, un joueur qui, lors d'une série de parties, sera parfois en position A et parfois en position B ne pourra pas être battu.

Cette stratégie mixte est optimale et correspond à ce qu'on nomme un équilibre de Nash. Il est remarquable ici que la théorie des jeux conseille au joueur A de bluffer parfois quand il a la carte 1. Le bluff, contrairement à ce qu'on pourrait penser, n'est pas une question de psychologie, mais est le comportement rationnel optimal d'un bon joueur qui a étudié mathématiquement le jeu : la théorie ordonne de bluffer et indique précisément avec quelle probabilité. Dans le cas du poker HULHE, la situation est comparable... mais beaucoup plus compliquée.

## Vraiment optimale ?

Il faut noter ici un point un peu subtil qui concerne ce type de résultats, et en particulier le calcul de la stratégie optimale *Cepheus*. Lorsqu'un joueur joue mal en commettant toujours les mêmes erreurs, son adversaire s'en apercevra parfois et tentera alors d'en tirer avantage. Au jeu pierre-feuille-ciseaux, il est clair que si votre adversaire joue toujours *pierre*, vous en profiterez en jouant toujours *feuille*. Vous ne jouerez plus la stratégie optimale probabiliste, vous prendrez le risque que votre adversaire se réveille et se mette à exploiter votre jeu constant, mais s'il s'obstine à toujours jouer *pierre*, vous gagnerez bien plus en jouant toujours *feuille* qu'avec la stratégie mixte « optimale ».

Les situations peuvent d'ailleurs être bien plus complexes. Cette rubrique dans *Pour la Science* de septembre 1999 décrivait les succès de méthodes de jeu proposées par Claude Shannon et par un programme d'intelligence artificielle qui, au jeu

de type pierre-feuille-ciseaux, battaient nettement la plupart des joueurs humains. Ces programmes repéraient et exploitaient les régularités des joueurs, régularités dont eux-mêmes n'avaient pas conscience et dont ils n'arrivaient pas à se libérer. Ces programmes ne jouaient bien sûr pas la stratégie optimale de la théorie des jeux, mais une méthode plus subtile fondée sur l'analyse de la succession des choix de l'adversaire. Les méthodes de la théorie des jeux permettent de trouver les stratégies mixtes qui ne perdent jamais (statistiquement) ; c'est très bien. Mais on peut espérer mieux et vouloir tirer le plus possible des faiblesses identifiables de son adversaire, grâce à l'analyse des coups passés et à des algorithmes adaptatifs.

Il n'existe pas de méthode mathématique pour définir et calculer ce que serait une stratégie exploitant aussi rapidement que possible toute faiblesse repérable d'un adversaire. Toutefois, il est clair que dans une vraie partie de pierre-feuille-ciseaux ou de poker, bien jouer implique une telle prise en compte.

Soyons clairs : dans un tournoi qui opposerait des joueurs humains jouant obstinément de mauvaises stratégies (donc analysables et exploitables), la récente stratégie optimale *Cepheus* ou d'autres stratégies prenant quelques risques pour exploiter les joueurs faibles, il n'est pas certain que la stratégie *Cepheus* soit la gagnante. Dit encore autrement : la stratégie optimale *Cepheus* ne se fait battre par personne dans une compétition à deux joueurs, mais dans une compétition où plusieurs joueurs joueraient successivement par deux, les gains moyens de la stratégie *Cepheus* seraient probablement inférieurs à ceux du programme *Polaris* (par exemple) évoqué plus haut, et qui, lui, est conçu pour s'ajuster aux joueurs rencontrés (voir l'encadré page ci-contre).

Quand l'information est incomplète et que le hasard intervient, tout devient compliqué et subtil, et la théorie mathématique n'a pas encore trouvé le moyen d'avoir le dernier mot face aux méthodes heuristiques et indéfiniment améliorables de l'intelligence artificielle.

## L'AUTEUR



J.-P. DELAHAYE est professeur émérite à l'Université de Lille et chercheur

au Centre de recherche en informatique, signal et automatique de Lille (CRISTAL).

## BIBLIOGRAPHIE

M. Bowling et al., *Heads-up limit hold'em poker is solved*, *Science*, vol. 347, pp. 145-149, 2015.

*Cepheus Project*, pages web d'information sur le programme optimal calculé par l'équipe de Michael Bowling, 2015 : <http://poker.srv.ualberta.ca/>

O. Tammelin, *Solving large imperfect information games using CFR+*, prépublication arXiv:1407.5042, 2014.

J. Rubin et I. Watson, *Computer poker : A review*, *Artificial Intelligence*, vol. 175(5), pp. 958-987, 2011.

J.-P. Delahaye, *La fin des dames anglaises ?*, *Pour la Science* n° 363, janvier 2008 ; *L'intelligence humaine à nouveau dominée*, *Pour la Science* n° 263, septembre 1999.



Retrouvez la rubrique Logique & calcul sur [www.pourlascience.fr](http://www.pourlascience.fr)