DESS Informatique du Parallélisme, Lille I

Serge Petiton

Vendredi 24 Février 1995

La méthode du gradient conjugué permet de résoudre certains systèmes linéaires $Ax = b$. L'algorithme de la méthode est :

$$r_0 = b - Ax_0 \tag{1}$$
$$\rho_0 = (r_0, r_0) \tag{2}$$
$$v_0 = r_0$$

Puis répéter pour $i = 0, 1, \ldots$ jusqu'à convergence

$$w_i = Av_i \tag{3}$$
$$\alpha_i = \rho_i/(w_i, v_i) \tag{4}$$
$$x_{i+1} = x_i + \alpha_i v_i \tag{5}$$
$$r_{i+1} = r_i - \alpha_i w_i \tag{6}$$
$$\rho_{i+1} = (r_{i+1}, r_{i+1}) \tag{7}$$
$$\beta_i = \rho_{i+1}/\rho_i \tag{8}$$
$$v_{i+1} = r_{i+1} + \beta_i v_i \tag{9}$$

(x, y) représentant le produit scalaire usuel des vecteurs x et y. Les lettres majuscules désignent les matrices $n \times n$, les minuscules des vecteurs de taille n et les lettres grecques des scalaires.

Question 1 Donnez l'algorithme data parallèle de cette méthode pour une géométrie virtuelle à deux dimensions. Explicitez bien les structures de données data parallèles et les alignements de données. Quelles remarques faites vous au sujet des communications générales engendrées.

Question 2 Quelle est la complexité data parallèle cx de cet algorithme? Calculer le taux de calcul φ de chaque opération data parallèle et le taux de calcul moyen $\overline{\varphi}$. Quelle est la valeur du taux de calcul moyen si nous ne faisons pas de calculs redondants?

Question 3 Cet algorithme data parallèle est développé sur une machine massivement parallèle à mémoire distribuée. Il y a P processeurs physiques ($P \leq n^2$). Proposez un placement des processeurs virtuels sur les processeurs physiques qui optimise les communications générales entre processeurs. Quel est le nombre moyen de processeurs physiques actifs?

Question 4 Nous utilisons maintenant une géométrie virtuelle à une seule dimension. Quel est alors l'algorithme data parallèle? De quel ordre est la variation de la complexité data parallèle et du taux de calcul moyen? Quelle est alors la variation du nombre de processeurs physiques actifs?